

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Maths I

Exercice I

Soit u un endomorphisme de \mathbb{R}^3 dont la matrice associée dans la base canonique est:

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & -4 & 1 \\ 4 & 7 & -4 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Montrer que A est une matrice orthogonale et déterminer la nature de u ainsi que ses éléments caractéristiques.

Exercice II

Soient $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et le polynôme $P(X) = (X - a)(X^2 + bX + c)$ tel que $b^2 < 4c$.

- 1) Déterminer les matrices carrées réelles ayant P (ou $-P$) comme polynôme caractéristique.
- 2) De telles matrices sont-elles semblables?

I- Pas de difficulté particulière (la calculatrice est autorisée donc il est possible de gagner du temps avec!)

II- 1) Utiliser la relation donnant les coefficients du polynôme caractéristique

Examinateur sympathique qui cherche à nous aiguiller sur la bonne voie.

Maths II

1) Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite des coefficients de X^n dans $(X^2 + X + 1)^n$.

(a) Calculer les 11 premiers termes de cette suite.

(b) Calculer pour des valeurs de n allant de 0 à 10 $J_n = \int_0^\pi (1 + 2 \cos t)^n dt$

(c) Que peut-on conjecturer sur $(a_n)_n$? Démontrer cette conjecture.

2) Soit $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$

(a) Soit R son rayon de convergence, montrer que $R \geq \frac{1}{3}$.

On note $f(x)$ sa somme.

(b) $\forall x \in \left] -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right[$ calculer f sous forme intégrale.

(c) Je ne me souviens plus trop mais il me semble qu'à l'aide du logiciel il fallait vérifier le résultat obtenu précédemment.

3)

(a) Montrer que $(n+1)a_{n+1} = (3n+1)a_n + 2na_{n-1}$ (pas certain de la relation)

(b) ?

Maple, maple, la quasi totalité de l'oral s'est passé au tableau!

1) Deux petites boucles for à faire (penser à la commande $\text{coeff}(P,n,X)$ pour les coefficients du polynôme!) et on voit que $a_n = J_n/\pi$.

Pour la démonstration remplacer X par e^{it} .

2) Utiliser a_n sous la forme J_n/π et montrer que la valeur absolue de $a_n \rho^n$ tend vers 0 pour $\rho < 1/3$. Pour le calcul de f intervertir série intégrale sur $[0;\pi]$ et utiliser les intégrales de Willis.

Examineur quasi silencieux. Je lui ai montré en 1 minute ce que j'avais fait sous Maple puis je suis parti au tableau pour les démonstrations et calculs.

Physique

Etude d'un solénoïde fini soumis à un champ B instationnaire.

On a un solénoïde d'axe Oz de longueur l de rayon a. Il est soumis à un champs magnétique colinéaire à Oz de norme $B_0 e^{-t/\tau}$.

1/ Il apparaît un champ électrique à l'intérieur du solénoïde, expliquer son origine. Le calculer dans les coordonnées cylindriques.

2/ Calculer en norme les rapports des densités volumique d'énergie électromagnétique avec le champs magnétique et électrique. Commenter.

3/ Calculer le vecteur de Poynting. Commenter.

4/ Le champs électrique est-il uniforme dans le solénoïde?

5/ On prend un condensateur plan, discuter de l'uniformité du champs.

J'ai mis du temps à trouver qu'il fallait utiliser la version intégrale du théorème d'ampère

pour la première question ($\oint_{\gamma} \vec{E} d\vec{OM} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d^2\vec{S}$). L'examineur était en plus

antipathique et m'orientait vers de mauvaises directions pour justement me montrer ce qui n'était pas applicable dans cet exercice...

Physique/Chimie

I. Dosage

On dose $5,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ de NH_3 avec $5,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ d' Ag^+

1/ Proposer un protocole expérimental permettant de suivre $[\text{Ag}^+]$

2/ Tracer le diagramme de prédominance (complexe ou ion) en fonction de pNH_3

3/ Tracer le diagramme de prédominance du complexe $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$ et de NH_3 en fonction de pAg (utiliser la condition d'égalité à la frontière)

4/ a) Exécuter la commande Maple de ce dosage, justifier l'allure de la courbe.

b) En déduire la valeur de la constante globale de formation (utiliser la demi-équivalence)

Données: constante de formation globale $\log B_2 = 7,2$

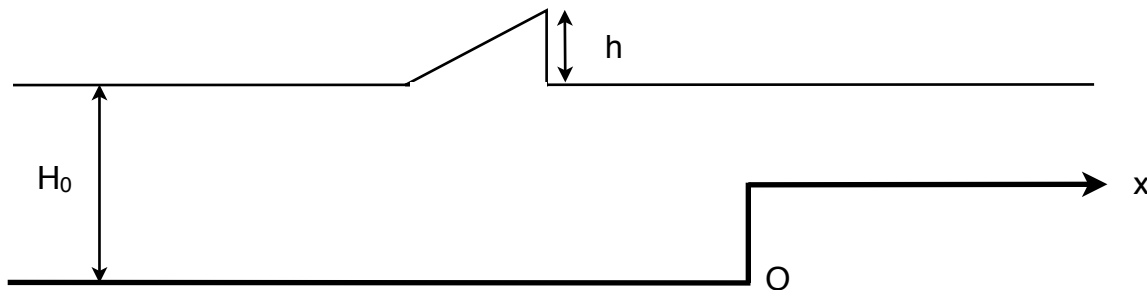
II. Ondes et vagues

1/ a) Donner l'équation de d'Alembert ainsi que les situations nécessaires à son application.

b) Donner des exemples d'expression de la célérité c.

2/ En utilisant Euler avec les mêmes approximation qu'en acoustique montrer que

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{dh}{dx}$$



3/ On montre (il n'est pas demandé d'effectuer le calcul) que $\frac{d^2 h}{dt^2} = gH_0 \frac{d^2 h}{dx^2}$.

Donner la forme de la solution générale à cette équation.

4/ Les solutions s'écrivent sous la forme (*pas certain des expressions*):

$$ae^{i(-k_1 x + \omega_1 t)} + bRe^{i(k_1 x + \omega_1 t)} \text{ pour } x < 0 \text{ et } Re^{i(k_2 x + \omega_2 t)} \text{ pour } x > 0.$$

a) Définir R et T

b) Montrer que les deux pulsations sont identiques

En dominant la complexation en chimie pas de problème. Pour la physique je ne suis pas arrivé jusqu'au bout. L'examinatrice était silencieuse et du coup j'ai dû dérouler ma préparation sans savoir si ce que je faisais était juste ou faux..

TP Physique

Oscillateur à relaxation

On avait une grande plaque avec plein de montages à AO déjà réalisés, il fallait juste brancher ensemble ceux qu'on voulait étudier. Il y avait des fiches pour câbles coaxiaux un peu partout sur le circuit pour les acquisitions.

Dans un premier temps on étudiait un comparateur à hysteresis. Il fallait refaire toute la théorie aboutissant au tracé du cycle. On déterminait ainsi une valeur de résistance qu'on introduisait au montage. Ensuite visualisation du cycle grâce à un tectronix (il faut savoir bien s'en servir!).

Le signal était saturé donc on utilisait des diodes Zéner (enfin appelés «élément Z» dans le TP..). Il y avait une grosse partie sur l'étude des caractéristiques, tracés à faire, et association tête-bêche. Je pense que c'était la partie la plus difficile du TP et l'examinateur n'a pas voulu m'aider.

Ensuite on étudiait les autres montages à AO: amplificateur inverseur, intégrateur. Pareil: théorie+acquisition+courbes (sur papier millimétré) etc...

Enfin on reliait tout et on avait un oscillateur à relaxation!

Je pense qu'on devait être entre la moitié et les 3/4 du TP et il fallait ensuite faire des études par segments (?) mais je me suis arrêté là.

Bref un TP très long -comme l'examinateur l'a signifié au début- mais il préférait qu'on s'applique dans chaque partie que tout faire en survolant. J'ai perdu du temps sur les diodes Zéner car il me fallait des données numériques pour toute la suite du TP, l'examinateur n'apporte aucune aide mais peut donner les valeurs numériques (pénalité dans le barème par contre..)

TP de SI

Doseuse pondérale

On avait une machine servant à doser et mélanger des granules de plastiques et des granules de colorant dans des proportions bien précises dans le but de fondre des matériaux plastiques colorés. Ainsi on cherche à avoir des produits de composition quasi-identiques (+-1% d'écart massique).

Dans une première partie on se familiarisait avec la machine et l'interface informatique (étude de la chaîne fonctionnelle, des capteurs, exécution en mode manuel et acquisitions). On définissait également la problématique (imprécision du capteur de pesage du fait des oscillations du réceptacle).

Deuxième partie, on mettait en place un modèle de notre ensemble capteur + tremi (le réceptacle). Par une analyse torsorielle on estimait la force et le couple s'exerçant sur le capteur et on rentrait ces données dans une simulation sous solidework. Suite à des observations on pouvait établir un modèle cinématique du capteur, s'en suit une analyse statique (complète: isolements, théorèmes, résolutions etc...) pour avoir une équation (linéarisée) de la force exercée en fonction de l'angle de déformation du capteur. D'autres expériences (protocole expérimental à proposer et à mettre en oeuvre) permettent de relier le déplacement du capteur à la masse présente dans la tremi. On étudiait ensuite la réponse du capteur à une impulsion, on le modélisait ainsi par un système masse-ressort très amorti ce qui permettait de valider l'écart labo/simu en établissant un lien entre une courbe théorique établie précédemment et la constante de raideur qu'on tire de la pulsation de coupure de notre modèle d'oscillateur. Pour finir avec cette partie on utilisait un filtre Butterworth d'ordre 2 (connaître diagramme de bode etc..) pour avoir un signal de mesure exploitable.

Enfin en partie III il fallait exécuter plusieurs cycles avec la machine pour montrer que cette fois-ci c'était bon, la machine du labo respectait le CdCF.

Le sujet ne présentait pas de difficultés majeures, je l'ai trouvé intéressant. En synthèse (3min) j'ai insisté sur le fil conducteur du TP qui liait les activités entre-elles et j'ai bétonné sur les écarts CdCF \leftrightarrow Machine labo \leftrightarrow Simulation/modélisation étant donné qu'il était souvent demandé de s'y référer au cours du TP!
Examineur sympathique!

TIPE

ADS: Pertes de charge. On avait au début une expériences de Reynolds sur la détermination des types d'écoulements. Ensuite étude du nombre de Reynolds, écoulements turbulent/laminaire. Présentation des pertes de charge (singulières ou linéiques) et relations entre régime d'écoulement/nombre de reynolds/coeff de perte de charges grâce à un diagramme de Moody.

La présentation c'est bien passé mais par contre leurs questions étaient incompréhensibles. Rien à voir avec ce que j'avais présenté. Un des examinateurs me faisait calculer des intégrales, valeurs moyenne, maximum sur une courbe (ce qui servait absolument à rien pour l'ADS) et selon mon visiteur il s'agissait d'un prof de maths (je pensais qu'on pouvait seulement avoir un prof de physique ou SI..). L'autre me demandait des relations entre diamètre humide et équivalent de diamètre circulaire, évidemment je n'ai pas su répondre.

Partie C: Au début le jury écrivait et ne regardait pas ma présentation, ils ont levé la tête au bout du 4eme transparent. Les questions ne portait pas vraiment sur les parties complexes de mon tipe et je les avais prévu. Ils semblaient intéressés même s'ils restaient complètement impassibles.

Bref j'ai pas était verni côté examinateurs, ils était froids et peu courtois (pas de bonjour au début..). Mais selon mon visiteur je m'en suis bien sortit et paraissait intéressé par mon tipe.

Anglais

Il faut choisir entre 5 textes, ne pas perdre du temps en essayant de les lire (regarder seulement le titre)! On a 40 minutes de préparation.

Mon texte était sur les déchets électroniques *The politics of e-waste, A cadmium lining.*
<http://www.economist.com/news/international/21570678-growing-mounds-electronic-scrap-can-mean-profits-or-scandals-cadmium-lining>

L'examinatrice était sympathique et semblait intéressée par les éléments de culture G apporté dans mon commentaire.

Maths

Exercice I

$$M = \begin{pmatrix} a & c & b \\ c & a+b & c \\ b & c & a \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) ; K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 1) Diagonaliser K.
- 2) Exprimer M en fonction de puissances de K.
- 3) Diagonaliser M et calculer M^n pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice II

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad I_n = \int_0^1 n \ln(1+t^n) dt$$

- 1) Montrer que (I_n) converge vers $I = \int_0^1 \frac{\ln(1+u)}{u} du$.

- 2) Montrer que $I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$; calculer I . Rappel: $\sum_n \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

- 3) f est une application continue de $[0;1]$

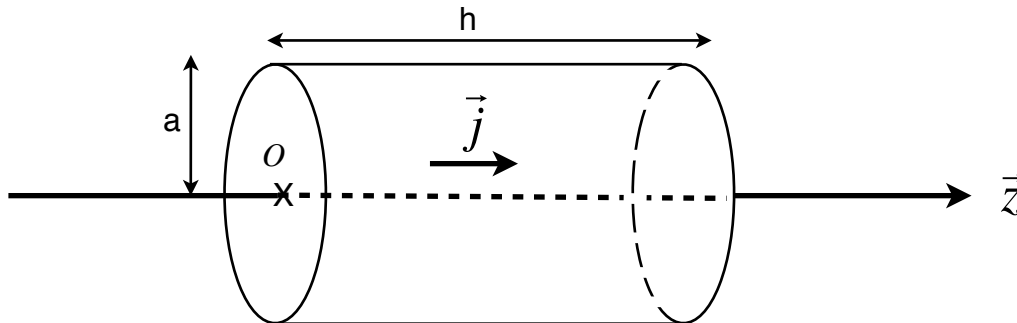
$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad I_n(f) = \int_0^1 n f(t) \ln(1+t^n) dt \quad . \text{ Calculer } \lim_{n \rightarrow +\infty} I_n(f) .$$

L'examinatrice en était à sa dernière semaine d'oraux et ça se voyait... (les autres personnes de la classe l'ayant eu la même journée l'ont confirmé). Heureusement je connaissais en partie ces exercices donc j'ai pu faire le 1er et la moitié du 2ème.

Physique

I. Electromagnétisme

- 1/ Rappeler la loi d'ohm local et donner les unités des grandeurs qui interviennent.
- 2/ Rappeler le théorème d'ampère. Le démontrer à l'aide des équations de Maxwell.
- 3/ Applications: conducteur cylindrique de conductivité γ



- a) Donner l'expression du champ électrostatique.
- b) Calculer le champ magnétique en considérant le cylindre infini et l'exprimer en fonction de j , μ_0 et r .
- c) Exprimer le vecteur de Poynting ainsi que la puissance en considérant le cylindre fini. Commenter.
- d) Donner l'expression de la puissance dissipée par effet joule et la comparer à la puissance calculée précédemment.
- e) ?

II. Optique géométrique

Il s'agissait de l'étude de la lentille de galillée, composée d'une:

- lentille convergente L1 de focale 1500mm (objectif)
- lentille divergente L2 de focale -500mm (oculaire)

On avait aussi des données numériques sur les diamètres des lentilles etc..

- 1/ L'oculaire est afocal, tracer l'image d'un objet placé au foyer image de la lentille L2.
- 2/ Calculer la longueur de la lunette.
- 3/ Définir le grossissement et le calculer à l'aide d'un schéma.
- 4/ Dans notre cas, le grandissement correspond à la différence de diamètre du faisceau lumineux entrant et sortant du système. Le calculer.
- 5/ Une question où on nous donnait le diamètre de la pupille humaine, mais je ne sais plus trop ce qu'il fallait calculer.

Le premier exercice était assez facile, le deuxième aussi probablement si on maîtrisait mieux que moi les tracés de rayons lumineux :)

TP de SI

Imprimante HP

Je rejoins les comptes rendus de mes camarades, les TP de SI à CCP sont assez court et pas forcément compliqués.

J'étais face à une imprimante et j'étudiais la chaîne de translation de la tête d'impression.

Dans un premier temps on envoie une consigne échelon à l'imprimante, on voit que le CdCF n'est pas respecté car le t5% n'est pas validé et la tête d'impression bute violemment en fin de course -> nécessité d'un asservissement en vitesse.

Pour l'asservissement on étudie un codeur incrémental en quadrature (2 têtes de lecture). En khôlle j'avais déjà fait cette partie il me semble donc ça m'a aidé. On modélise sous Scilab (logiciel que j'avais déjà utilisé pour mon tipe) l'asservissement en renseignant le gain du capteur incrémental calculé précédemment et là on voit que le CdCF est validé.

Pour une entrée en trapèze par contre il fallait paramétrer un correcteur PI encore sous Scilab. Enfin on configurait l'imprimante réelle avec ces réglages et tout était ok.

A la fin, synthèse à réaliser sur un poster de taille A3. J'ai rappelé le fil conducteur et j'ai résumé les validations/non-validations des expériences grâce au diagramme d'écart CdCF <> Machine labo <> Simulation/modélisation.

L'examineur était neutre. Il nous laissait prendre des décisions sans nous réorienter si jamais on faisait fausse route.

Anglais

Texte audio, 30 minutes de préparation. 3 écoutes successives d'un texte d'environ 3min (l'écoute est gérée automatiquement pour tous les candidats par un système de casque sans-fil). Mon texte portait sur le traumatisme des enfants syriens suite aux massacres de leurs parents pendant le conflit, un sujet d'actualité donc!

Children of Syria badly traumatized, *The Independent*, Sept. 2011

<http://www.kuna.net.kw/ArticleDetails.aspx?id=2264490&Language=en>

Il faut tenir 20 minutes, dur pour un texte audio. Pour mon commentaire j'ai parlé de tous les faits d'actualités qui s'était déroulé cette année (y compris d'événements datant de la semaine des oraux) ça l'a beaucoup intéressé et on a été amené à débattre sur les relations politiques entre pays. L'examinatrice était très sympathique et pour finir elle m'a demandé ce que je souhaitais faire plus tard etc...