CENTRALE

Mardi 8 juillet

Physique

Logiciel DIFFINT (malheureusement).

Diffraction par des fentes rectangulaires sans information sur la source…

L’examinatrice ne disait que : « Vous êtes sûre ? », « Continuez », …

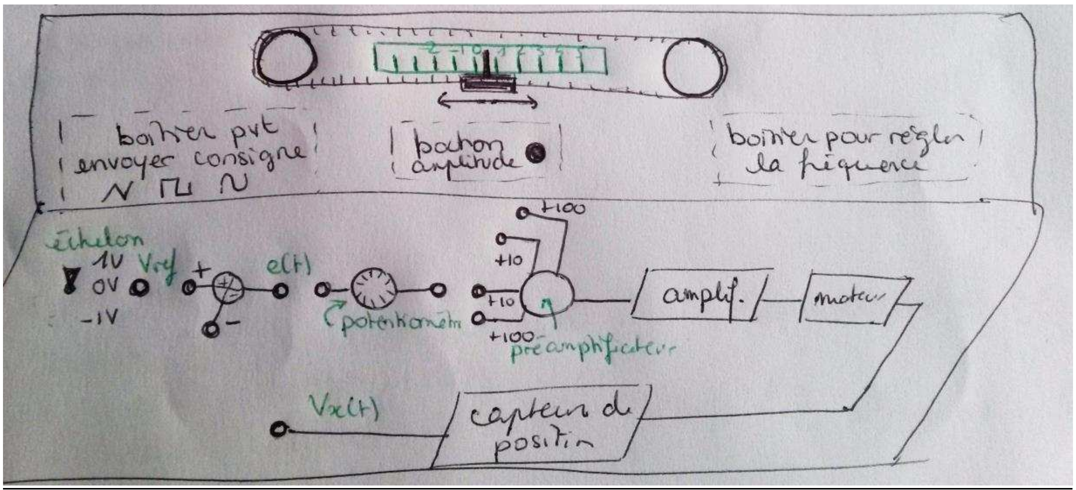
Questions qualitatives portant sur la rotation, translation, inclinaison des fentes selon toutes les directions et tous les axes possibles et imaginables…

Remarque : J’ai regretté de ne pas avoir eu de colle avec DIFFINT…

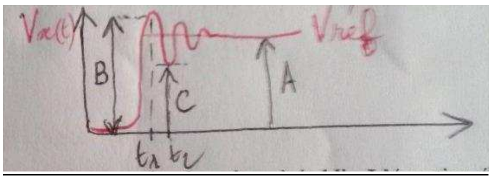
TP Physique

Numéro tiré au sort à Supélec = 230. Il s’agissait d’un « TP mixte SII/Physique ».

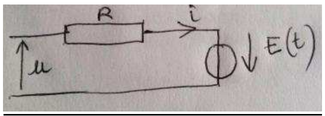
On avait un système de pointeur qui indiquait une valeur sur une graduation montée sur une courroie. Le système était accompagné d’un oscilloscope connecté à une imprimante.



1) On envoyait dans une première partie un échelon de tension et on observait les sorties Vx(t) et Vréf(t) puis Vx(t) et e(t).
   Il fallait commenter et relever les valeurs : A ? B ? C ? t1 ? t2 ?
   Justifier l’apparence du signal e(t)



2) Modélisation de l’asservissement en position avec les équations à établir. L’équation électrique et mécanique du moteur sans frottement par exemple. Moteur + ampli modélisé par :



On trouve une équation en Ω qu'on modifie avec des informations concernant la proportionnalité de certaines grandeurs comme la position et la tension délivrée, Ω moteur et tension Vx…

Equation : $\tau \frac{d^2 V_x}{dt^2} + \frac{dV_x}{dt} + 6KV_x = 6KV_{ref}$

Le but de la suite du TP est de déterminer K et τ

3) Etude indicielle
Mettre en place un protocole pour déterminer K et τ à partir des mesures effectuées en 1) et sachant que l'on modélise la réponse indicielle à un échelon E :

A justifier : $\begin{cases} V_x(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{2\tau}}\left(\cos(\omega t) + \frac{1}{2\omega\tau}\sin(\omega t)\right)\right) \\ \omega = \frac{\sqrt{24K\tau - 1}}{6K} \qquad 24K\tau > 1 \end{cases}$

4) Etude fréquentielle

Etablir la fonction de transfert ; montrer qu'il est facile de déterminer K et τ en considérant la fréquence f0 telle que la fonction soit un imaginaire pur. Expliquer la méthode. Trouver avec les valeurs de K et τ déterminées en un ordre de grandeur de f0. Réaliser les diagrammes de BODE du système autour de la valeur f0 (une dizaine de mesures) et en déduire K et τ . Le constructeur donne les valeurs des paramètres dont K et τ dépendent, on peut ainsi avoir Kth et τth et les comparer avec les valeurs trouvées. Cause des différences éventuelles ?

3) Partie peu traitée
4) Conclusion sur l'ensemble des parties

Vendredi 11 juillet

Chimie

Spectrophotométrie

Réaction dont on étudie la cinétique : C1 + SCN^- ➔ C2 + H_2O

Avec réaction quantitative et d'ordre partiel uniquement pour les réactifs.

On rappelle la loi de Beer Lambert : A= $\sum_i \varepsilon_i \, l \, [C_i]$

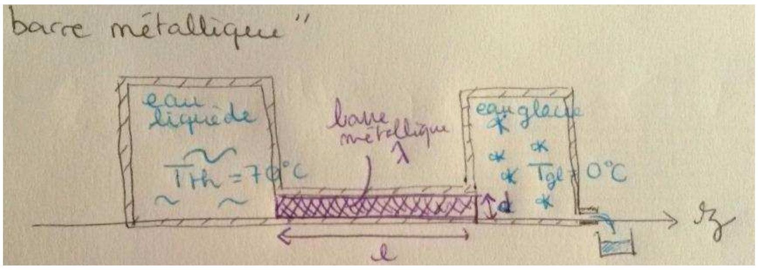
On sait que : seuls C1 et C2 sont des espèces absorbantes et on sait que $[C1]_0 = 10^3$ mol.l-1 et $[SCN^-]_0 = 0.4$ mol.l-1

1) Commenter les ordres partiels et l'ordre total de la réaction
2) Rappeler les dimensions des éléments de la loi de Beer-Lambert. Quelles sont les conditions d'application ?
3) Exprimer l'absorbance A(t) à un instant quelconque t en fonction des deux concentrations et des ε_i.
4) Donner A(∞) et A(0)
5) En exprimant (A(∞) – A(t)) / (A(∞) - A(0)), montrer que l'hypothèse d'un ordre de 1 par rapport à C1 est une bonne approximation et donner à ce moment-là la loi de vitesse (on avait un tableau donnant l'absorbance A(t) en fonction du temps, mais il me restait les valeurs suivantes de la régression linéaire dans la calculette). On savait A(∞)=0,620.

Ln(A(∞)-A(t))	-0.936	-1.038	-1.145

T(s)	2940	4050	5160

Physique

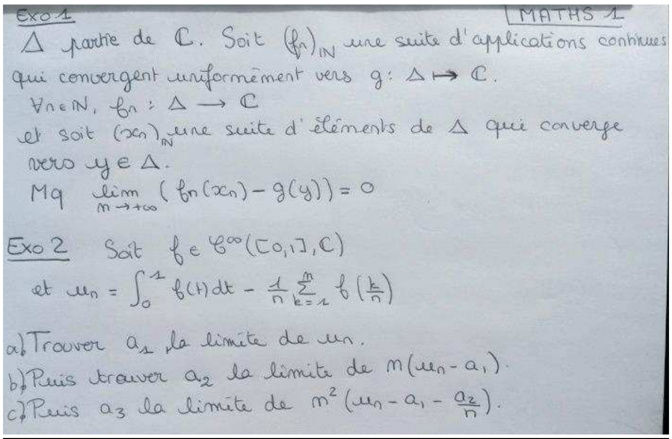


En régime permanent on recueille un volume V= ? de glace fondue pendant une durée Δt=25min.

1) Etablir l'équation de la chaleur 1D.
2) Donner un temps caractéristique, commenter. On doit trouver de l'ordre de 3min.
3) Donner l'expression de la température en régime permanent dans la barre en métal
4) On veut mesurer la température de la barre cylindrique en plusieurs points. Quel matériel utilise-t-on ? quel type de thermomètre ? cela sert-il pour l'expérience ?
5) Exprimer la conductivité thermique λ du métal en analysant l'expérience.
6) Identifier le métal parmi la liste des λ proposés.

   On donnait l=1m la longueur, d=12 mm le diamètre et Hfus=555J.kg-1

Maths 1



Exo 1 MATHS 1

Δ partie de $\mathbb{C}$. Soit $(f_n)_{\mathbb{N}}$ une suite d'applications continues qui convergent uniformément vers $g : \Delta \mapsto \mathbb{C}$.

$\forall n \in \mathbb{N},\ f_n : \Delta \longrightarrow \mathbb{C}$

et soit $(x_n)_{\mathbb{N}}$ une suite d'éléments de Δ qui converge vers $y \in \Delta$.

Mq $\lim_{n \to +\infty} \left(f_n(x_n) - g(y) \right) = 0$

Exo 2 Soit $f \in \mathcal{C}^\infty([0,1],\mathbb{C})$

et $u_n = \int_0^1 f(t)\,dt - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$

a) Trouver a_1 la limite de u_n.

b) Puis trouver a_2 la limite de $n(u_n - a_1)$.

c) Puis a_3 la limite de $n^2\left(u_n - a_1 - \frac{a_2}{n}\right)$.

Le colleur était adorable, un vrai petit papi… Il avait pas mal de désistement donc je suis passée une demi-heure en avance et il n'y avait encore personne après moi… Cela ressemblait à une petite colle particulière ☺.

Eléments de correction :

Réponses : ① mq g continue puis décomposer avec inégalité triangulaire $|f_n(x_n) - g(y)|$ intelligemment et utiliser des définitions epsilonesque

② a) Pour cette question j'ai balancé le théorème $\frac{(b-a)}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right) \to \int_a^b f(t)\,dt$

b) Penser à découper le segment $[0,1]$ en Σ de petit segment de longueur $\frac{1}{n}$
+ IPP + choisir une constante d'intégration pour éliminer certains termes
+ réutiliser le théorème de la 1ère question avec f'.

c) IDEM en plus long...

Maths 2

$f : x \mapsto e^{-\frac{x^2}{2}}$

$P_n : x \mapsto (-1)^n e^{\frac{x^2}{2}} f^{(n)}(x)$

① (a) Donner P_n pour n allant de 0 à 10. Conjecturer et dites comment vous les démontreriez.

(b) i) $\forall n \in \mathbb{N}$, $P_{n+1}(x) = x P_n(x) - P_n'(x)$
ii) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $P_n'(x) = n P_{n-1}(x)$
$\}$ à démontrer

(c) Donner $P_n(0)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (on pourra considérer $P_n'(0)$)

② Trouver une équation différentielle de degré 2 en partant de $P_n''(x) - x P_n'(x)$ vérifiée par P_n sur $\mathbb{R}$

③ On définit $\varphi(Q,P) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t) Q(t) e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$

(a) Mq φ est définie sur $\mathbb{R}[X] \times \mathbb{R}[X]$ et que φ est un produit scalaire

(b) Calculer $\varphi(P_i, P_j)$ pour $(i,j) \in [\![0,8]\!]^2$
Effectuer une conjecture et la démontrer

Questions bonus :
- En divisant par $\sqrt{2\pi}$ à quoi cela vous fait penser ?
- Qu'a-t-on alors si l'on pose la famille des $\left(\frac{P_n}{n!\sqrt{2\pi}}\right)$

(c) Calculer la distance de X^{42} à $E_8 = \mathrm{Vect}(P_0, \dots, P_8)$