

## I ENSAM

### 1) Entretien (Note finale : 14,5)

Un article de **4 pages** sur Sir Watson le super ordinateur d'IBM qui aide les oncologues à trouver le meilleur traitement possible pour un patient et "comprend" le langage humain (il a gagné plusieurs fois à Jeopardy, le Questions pour un champion américain). L'article en lui-même était plutôt enthousiaste mais il y avait joint un entretien d'un médecin français plus critique. Rien de très compliqué (les consignes sont collées à la table), le texte n'était pas dur à comprendre par contre **les 5 minutes pour résumer passent très très vite**. En question j'ai eu à définir "**implicite, tacite**" et "**pondérer**" puis une phrase à expliquer... En physique, de la **thermo**, je devais redémontrer **l'équation de la chaleur** à une dimension puis il y avait en exercice une ailette de refroidissement il fallait juste dire qu'on rajoutait la convection (ils donnaient la loi de Newton donc bon...) et que l'on était en régime stationnaire et c'était fini (j'ai été un peu étonnée qu'il n'y ait rien de plus à faire pas à trouver l'expression de T, ni rien)... j'ai aussi eu quelques questions sur la **loi de Fourier** (le moins, le gradient). Vraiment rien de bien compliqué et les examinateurs étaient vraiment **très sympathiques** et pas du tout dans l'optique de plomber l'élève.

### 2) Anglais (10)

Un **audio de 3 min** sur l'évolution des plans et le rachat de Ways par Google. **15-20 minutes de préparation** faut se dépêcher mais ce n'est pas infaisable non plus. Au moment de passer, l'examineur a commencé par me demander **pourquoi je voulais être ingénieure** et si j'avais déjà des liens avec le sujet ensuite **résumé** et par contre il m'a coupée après deux minutes de commentaires pour me poser des questions sur le document (je n'ai pas trop compris). L'examineur était plutôt agréable (même si de temps en temps j'avais **l'impression de parler dans le vide**).

### 3) Maths (11)

Avec Maple : On se place dans  $E =$  l'espace des polynômes de degrés inférieurs à 10

On a  $(a_0, \dots, a_{10})$  une liste de réels telle que  $a_k = k/10$ .

$A = (X-a_0)(X-a_1)\dots(X-a_{10})$  et  $B = X^2 + X + 1$  (je crois)

$f : P \rightarrow$  reste de la division euclidienne de BP par A.

1) Faire une procédure permettant de calculer  $f(P)$

2) Donner la matrice M de f dans la base canonique  $(1, X, X^2, \dots, X^{10})$

Il y avait encore d'autres questions mais j'ai été coupé dans mon élan au bout d'un temps qui m'a semblé très court.

Au tableau : f de classe  $C^1$  sur  $[0, \pi]$  telle que  $f(0) = f(\pi) = 0$  et  $\int_0^\pi f(x)^2 dx = 1$

1) Montrer qu'il existe  $(a_n)$  pour x dans  $[0, \pi]$   $f(x) = a_1 \sin(x) + a_2 \sin(2x) + a_3 \sin(3x) + \dots$  (jusqu'à l'infini)

2)  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots$  (jusqu'à l'infini et l'au-delà) =  $2/\pi$

L'examineur sans être très sympathique, était "de bonne volonté" et prêt à aider ou réfléchir avec moi quand je bloquais. Sur Maple, il m'a demandé si je connaissais l'opérateur  $D@@$  pour dériver plusieurs fois puis m'a expliqué comment il marchait, ensuite au tableau je voulais appliquer le théorème de dérivation des séries et il a essayé de voir si l'on pouvait montrer la convergence uniforme de la série des dérivées avec les hypothèses qu'on avait. Nous étions 6 à passer dans la même salle (avec 3 examinateurs) donc il faut se concentrer un peu.

« Solution » : Première exercice traité très facilement avec l'opérateur « **rem** » qui donne pile poil le reste de la division euclidienne (il y a sur la table une feuille avec les différents opérateurs de Maple triés selon algèbre, analyse). Pour la deuxième question, je voulais passer par les coefficients de chaque polynôme image (avec « coef » mais ma matrice rendait des trucs bizarres (elle était remplie de "Dataset, x, i, "). L'examineur m'a alors demandé de plutôt utiliser la **formule de Taylor** (celle avec les dérivées k-ième en 0) et l'opérateur  **$(D@@i)(f)$**  qui donne la dérivée ième de f. Il y a **Maple 15 ou 5 à disposition**.

Exercice 2 : 1) il suffit de **construire g  $2\pi$  périodique, impaire à partir de f** qui sera continue (car  $f(0)=f(\pi)=0$ ) et  $C^1$  sur  $\mathbb{R}$  donc

**convergence normale** avec uniquement des « bn » (les coeffs de fourier réels associés au cos sont nuls puisque la fonction est impaire), ensuite il faut travailler un peu sur l'expression des bn (grâce à l'imparité encore) et faire une intégration par partie pour trouver que les  $a_n$  (de l'énoncé) sont égaux aux coefficients de Fourier réels de f' (donc ceux associés aux cos puisque f' -g' en réalité- sera paire)...

2) si on a vu que les an étaient les coefficients de f' (en fait après l'intégration par partie il reste une intégrale que l'on définit comme étant  $a_n$  et il faut faire le lien), il suffit d'appliquer **Parseval à f'**.

## II CENTRALE

### 1) Physique-Chimie (16)

Ex 1

On considère un atome constitué d'une boule de rayon  $a$  de charge  $+e$  chargée de manière homogène et d'un électron (masse  $m$ , charge  $-e$ ) en mouvement autour de la boule. Sa position est définie par  $\overrightarrow{OM} = r\vec{u}$  avec  $\vec{u}$  unitaire.

1) Calculer le champ  $\vec{E}$  créé en un point M intérieur à la boule ( $r < a$ ). Pour quelle position l'électron peut-il être en équilibre à l'intérieur de la boule ? Montrer que si l'on place l'électron en un point intérieur de la boule, son mouvement est oscillatoire, déterminer sa pulsation  $\omega_0$ .

2) On applique un champ extérieur uniforme  $\vec{E}_0$ , à quelle condition sur  $\vec{E}_0$  l'électron peut-il encore être en équilibre à l'intérieur de la boule.

Déterminer alors le moment dipolaire  $\vec{p}$  puis la polarisabilité  $\alpha_0$  définie par  $\vec{p} = \alpha_0 \epsilon_0 \vec{E}_0$ . Exprimer la polarisabilité en fonction de  $\omega_0$ ,  $e$  et  $m$  (\* il y aura aussi  $\epsilon_0$ ...).

3) Pour les molécules ne possédant pas de moment dipolaire permanent on détermine la polarisabilité par la méthode suivante. La molécule placée dans un champ extérieur  $\vec{E}_{ext}$  acquiert un moment dipolaire  $\vec{p} = \alpha_0 \epsilon_0 \vec{E}_{ext}$ .

On place un gaz sous une pression de 10 bars à la température  $T=300K$  entre les armatures d'un condensateur plan espacée de  $d = \dots$  (1 cm ou 1mm je crois). On applique une tension  $U = 50 V$  aux bornes du condensateur. On mesure alors pour 1

$cm^3$ , un moment dipolaire  $p = 2,2 \cdot 10^{-13} C.m$ .

Calculer la polarisabilité du gaz.

Ex 2 « avec l'ordinateur »

Electrolyse du Manganèse.

On a simplement l'image d'une courbe intensité potentiel affichée avec PowerPoint (donc pas de curseurs...) d'ailleurs c'est une courbe densité surfacique de courant ( $j$  en  $kA.m^{-2}$ ) potentiel (en V).

Il y a 3 courbes deux du côté  $V > 0$  (une pour  $V=2,1 V$ , l'autre pour  $V=1,8 V$ ) une de l'autre pour  $V=-1,3V$ .

Enoncé :

On réalise l'électrolyse d'une solution d'oxyde manganèse ( $c = 1 mol/L$ ) que l'on acidifie avec du sulfate d'ammonium.

On donne  $E^\circ(Mn^{2+}/Mn) = -1,17 V$  et  $E^\circ(S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}) = 2,08V$ .

1) Donner les réactions possibles à la cathode et à l'anode. L'obtention du manganèse est-elle possible thermodynamiquement ?

Pourquoi n'a-t-on tracé qu'une courbe pour la réduction ? Donner l'allure de la dernière courbe.

2) Donner les surtensions anodiques et cathodiques pour une densité surfacique de courant  $j=0,5kA.m^{-2}$ . La perte de tension ohmique dans la solution est de 1,25 V, quelle est la tension appliquée aux bornes de la solution.

3) On applique un courant  $i = 30kA$ . Quelle est la masse maximale de manganèse obtenue pendant 24h. Elle est plus faible en réalité, pourquoi ?

### 2) Espagnol (10)

On a le choix entre **beaucoup** de textes (je dirais entre 10 et 15), donc il y a forcément un thème pour vous intéresser même si c'est un peu dur de lire plus que le titre avant de choisir. L'examinateur était un natif. 40 minutes c'est long -il m'a semblé que les textes proposés étaient plus courts que les "long texts" de la préparation orale d'anglais-, le texte que j'ai choisi traitait des rapports de causes à effets entre le comportement de la famille royale en Espagne et la crise économique...

<http://blogs.publico.es/juantorres/2014/06/18/monarquia-y-crisis-economica/>

### 3) TP Physique (13)

L'examinatrice était gentille : elle propose avant la distribution des énoncés de **nous aider "tant qu'on le souhaite"** sans pénalité si l'on est bloqué par l'utilisation du matériel... Dans la salle, tout le monde avait à disposition **un oscillo numérique relié à une imprimante** (pas d'ordi par contre). L'oscillo était facile à utiliser (pas beaucoup de boutons), il y avait une petite notice explicative en plus et il faisait pas mal de choses tout seul (mesure de l'amplitude crête à crête et du déphasage notamment).

Pour mon TP je devais dans un premier temps identifier les coefficients ( $K$  et  $T$ ) de deux filtres passe bas "boîtes noires", pour le premier on demandait d'abord de regarder la réponse à un signal carré puis la réponse fréquentielle avec **tracé du diagramme de Bode** (il y a du papier millimétré et semi-logarithmique à disposition. Le papier semi-logarithmique ne contient que 3 décades !) et déduire de ces deux études les coeffs. Pour le second, il fallait vérifier les valeurs données par l'énoncé, je n'ai pour ma part utilisé que la réponse à un créneau en prenant pour déterminer  $T$  la valeur à  $0.63 \cdot v_f$ . Il fallait appeler l'examinatrice pour faire une **petite synthèse** elle écoute mais ne pose aucune question. Ensuite, il y avait un montage à réaliser avec le premier passe-bas qu'on mettait dans un sommateur-intégrateur, on obtenait alors une équation différentielle pour la sortie d'ordre 2. Il y avait un petit potentiomètre qui permettait de faire varier la valeur de  $Q$  et donc d'être **en régime oscillatoire amorti ou apériodique**. Il fallait alors faire le graphe du dépassement (s'il existait) et du temps de montée en fonction de  $k$  (la valeur du gain associé au petit potentiomètre) et déterminer  $\kappa$  pour le basculement entre apériodique et oscillatoire (et le déterminer aussi théoriquement). Je me suis arrêtée là, le TP était beauuuuuuuuuuu plus long (il y

avait normalement 2 appels à l'examinatrice, dans ma salle une seule personne a fait le deuxième. J'ai perdu du temps parce que je n'avais pas compris comment brancher le potentiomètre au reste du circuit donc **n'hésitez vraiment pas à demander de l'aide...**

#### 4) Anglais (10)

Beaucoup de **moins textes qu'en espagnol**, et des textes différents pour la LV1 et la LV2 : 5 articles dont 4 de the Economist et 1 de the Guardian, tous un peu datés (pas un de 2014). Au programme : la légalisation de la drogue, la croix rouge et sa supposée impartialité, la sécularité des scientifiques (?!), et ce que j'ai choisi à savoir l'islamophobie galopante au RU (The Economist d'octobre 2013 le sujet principal était le mouvement de l'English Defence League).

J'ai trouvé qu'il y avait quelques passages un peu durs mais dans l'ensemble on comprenait les enjeux du texte. **Examinateur à l'écoute** (beaucoup plus qu'aux Ensam alors que j'étais la dernière de la journée à passer) et pendant l'entretien aucune question sur ma vie/pourquoi j'ai choisi ce texte/... simplement quelques éclaircissements sur le texte. Il m'a également demandé mon avis sur deux ou trois points en liens avec le sujet.

J'ai cette fois (par rapport à la LV2) trouvait que les 40 minutes étaient passées plutôt vite.

<http://www.economist.com/news/britain/21588058-far-right-outfit-dying-views-it-holds-dear-are-not-new-islamophobes>

#### 5) Maths II (18)

$E = \mathbb{R}[X]$

On définit le produit scalaire sur  $E$   $\langle P, Q \rangle = \int_{-1}^1 P(t) \cdot Q(t) dt$ . On note  $\| \cdot \|$  la norme euclidienne associée à ce produit scalaire et

$N_\infty(P) = \max(|P(t)|, t \in [-1; 1])$ .

1) Justifier les affirmations données par l'énoncé.

2) (a) Calculer  $\langle X^k, X^l \rangle$  pour  $(k, l) \in [0, 5]^2$

(b) Donner  $(E_i)_{0 \leq i \leq 5}$  la famille orthonormalisée **par Gram-Schmidt** de la base canonique  $(1, X, X^2, \dots, X^5)$  de  $\mathbb{R}_5[X]$ .

(c) Représenter sur  $[-1, 1]$  ces polynômes. En quel point est atteint le maximum?

3) (a) Montrer que si  $\|P\| \leq 1$  alors  $N_\infty(P) \leq 3\sqrt{2}$ .

(b) ? (c) ?

Examinateur très gentil même si au premier abord il avait l'air un peu « flegmatique »...

Je n'avais absolument rien fait en 30 minutes : le 1 et le 2a parce que ma Gram-Schmidtisation n'a jamais voulu marcher. Je lui ai d'abord expliqué rapidement pourquoi c'était un produit scalaire et pourquoi le max existait bien. Il n'a pas regardé ma procédure pour faire les 25 produits scalaires d'un seul coup, en fait il m'a dit « ça on pouvait le faire de tête » puis m'a demandé si j'avais réussi la suite. Il m'a finalement proposé de les définir un par un jusqu'à  $E_2$ .

Ensuite il m'a donné la formule des polynômes de Legendre qui correspondaient aux  $E_i$ . J'ai donc pu faire le « **plot** », il m'a alors demandé d'identifier chacune des courbes, ensuite « d'après le graphe » le max était atteint en 1 donc il m'a fait passer au tableau pour calculer le max, il fallait utiliser **la formule de Leibniz** pour dériver un produit de fonctions.

A la fin pour le 3 (a) il fallait utiliser **Cauchy Schwartz** en décomposant le polynôme dans la base des  $E_i$ . Avant de me reprendre l'énoncé il m'a demandé si je connaissais déjà les polynômes de Legendre (question piège ?)...

*Conseil : quand vous définissez des produits scalaires avec des intégrales, faites-le avec des **expressions plutôt que des fonctions** ( $P := X$  et non pas  $P := X \rightarrow X$ )*

#### 6) TP SII (7)

Il s'agissait du système "uhing", un boîtier bizarre qui réalise **une transmission de type vis/ecrou à pas variable et "inversible"** (pas à droite ou à gauche) plus explicitement il y a un moteur qui fait tourner un arbre sur lequel est ledit boîtier qui lui avance ou recule.

Il paraît que c'est utile pour le trancannage (enrouler des bobines)...

Dans la première partie il fallait **vérifier un critère du cahier des charges** "le temps de retournement" (passage de  $v > 0$  à  $v < 0$  quand on arrive en butée). Il fallait pour cela prendre des temps de réponse à 5%.

Dans la seconde partie, il fallait faire un **schéma cinématique de l'intérieur du boîtier** et utiliser le **roulement sans glissement** au point de contact entre l'arbre et la bague intérieure d'un roulement à bille pour trouver une relation entre  $v$  (translation du boîtier) et  $\Omega$  (Rotation de l'arbre) pour en déduire **le pas du système** et enfin vérifier une relation donnée.

Ensuite il y avait une activité avec un **dynamomètre** et toute une partie avec une étude des efforts (**PFD au boîtier, calcul de l'inertie équivalente, TPC**) pour s'assurer qu'il n'y avait pas glissement. Enfin, étude **d'un asservissement en vitesse** : il fallait dessiner une boucle d'asservissement avec un correcteur inconnu (le moteur étant modélisé par un ordre 1) puis donner la forme de la FTBF à partir de la réponse, déterminer l'angle qu'il fallait pour que les spires enroulées soient jointives pour un fil de diamètre 1,5 mm, rentrer cette valeur sur **Scilab** et remarquer que la modélisation était bonne. Dernière question pour les trancanneurs professionnels "est-ce que l'asservissement en vitesse influe sur la qualité du trancannage (en ne considérant que le fait que les spires soient jointives)?"

#### 7) Maths I (11)

L'examinateur était sympathique, "aidant", cherchait vraiment à faire trouver les résultats et m'invitait à montrer ce que je savais au lieu de me laisser réfléchir toute seule sur des démonstrations pénibles (pour preuve de son bon naturel, il n'a pas enfoncé le garçon avant moi qui ne connaissait pas vraiment son TVI...).

- 1) Calculer :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{n} \left[ \prod_{k=n+1}^{2n} k \right]^{1/n} \right)$
- 2)  $f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-x-\frac{a}{x}} dx$ 
  - Déterminer le domaine de définition de f, montrer que f est continue.
  - Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
  - Trouver une équation différentielle d'ordre 2 dont f est solution.
  - Existe-t-il des solutions développables en série entière solution de cette équation.
  - Donner toutes les solutions de cette équation.

## 8) Physique (15)

On s'intéresse à un **transformateur** 5kV 220 V. Dans les conditions nominales la puissance apparente  $P_a = UI = 35 \text{ kV}\cdot\text{A}$  et la puissance due aux pertes est inférieure à 600 W. On admettra que les pertes sont optimisées lorsque les pertes cuivre et les pertes fer sont égales soit  $P_f = P_{cu} = 300 \text{ W}$  (oui oui c'était inférieur et maintenant c'est égal alors qu'on minimise...). On travaillera à une fréquence de 50 Hz en considérant que le transformateur est presque parfait et que toutes les spires ont la même longueur.

### 1) Pertes fer.

- Déterminer les courants traversant le primaire et le secondaire.
- On choisit des enroulements tels que les densités volumiques de courant soient les mêmes dans le primaire et le secondaire et  $j = 2 \text{ A/mm}^2$ . Montrer qu'alors l'échauffement, c'est-à-dire les pertes par effet Joule, est le même au primaire et au secondaire.
- Calculer  $R_1$ ,  $L_1$  et  $S_1$  respectivement les résistance, longueur et section de l'enroulement primaire puis  $R_2$ ,  $L_2$ ,  $S_2$ . On donne la résistivité du cuivre  $r = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\cdot\text{m}$ .

### 2) Pertes cuivre.

- La carcasse ferromagnétique du transformateur est de section  $S = 400 \text{ cm}^2$  et de longueur moyenne  $L = 1,5 \text{ m}$ . Calculer la masse du transformateur (masse volumique du cuivre  $\mu = 8,96 \text{ g/cm}^3$ ) En déduire les pertes cuivre massique.
- On donne la loi de Boucherot  $U_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot B_{\text{max}} \cdot S$ . Calculer le nombre de spires au primaire et au secondaire. Expliquer d'où vient la loi de Boucherot.
- On se place dans le cas d'un circuit ouvert au secondaire. On cherche à ce que le courant de magnétisation soit inférieur à 5% de la valeur nominal de courant, quel doit être la perméabilité relative minimum ?

On n'a pas traité la dernière question. Par contre j'ai dû en plus expliquer le **fonctionnement d'un transformateur**, tracer **des cycles d'hystérésis** pour des matériaux doux et durs, donner d'autres applications de l'induction et il m'a demandé des ordres de grandeur du **rendement des systèmes inductifs** notamment pour un moteur, à comparer avec un moteur thermique puis « pourquoi garde-t-on des moteurs thermiques s'ils sont si peu rentables ? »

### III Mines

#### 1) Anglais (5)

Texte bizarre car **transcription d'une émission de radio** (NPR NEWS du 27 février 2014...) : plusieurs personnes qui parlent et se posent des questions, interviennent d'on ne sait trop où donc assez difficile à structurer et résumer et après il ne reste plus beaucoup de temps pour préparer le commentaire... Le texte traitait de différentes choses centrées sur le "telework" -travail en dehors de l'entreprise- et la flexibilité au travail, avec un gros aspect sur les inégalités entre hommes et femmes.

L'examinatrice était neutre, aucune question "personnelle" et des questions assez pointues sur le telework et quand j'ai donné un avis dans l'entretien elle m'a demandé "Where is it in the text?".

<http://www.npr.org/templates/transcript/transcript.php?storyId=283507813>

#### 2) TP Physique (4)

Un tp sur l'**incidence de Brewster** avec une grooooooooooooo partie theorique (je n'avais pas le droit de toucher au materiel tant qu'on n'etait pas venu m'expliquer les consignes, l'examinateur est venu au bout de 2h sur 3h30) sans laquelle je ne pouvais rien faire ou presque, donc je n'ai rien fait ou presque. Il fallait remonter les **coeffs de transmission et reflexion en incidence normale** pour la puissance puis en incidence pas normale (dans ce cas la juste ceux pour la reflexion en considerant que le champ E etait composé d'une partie polarisée dans le plan d'incidence et d'une polarisée orthogonalement, les coefficients pour l'amplitude relatifs à chaque polarisation etant fournis), en deduire l'angle de brewster qui annule la composante parallele dans le champ reflechi. Coté pratique, beaucoup moins de tout-cuit qu'à Centrale, à chaque fois il fallait faire soi-même le protocole : dans un premier temps determiner l'angle d'incidence, puis chercher à avoir un champ polarisé orthogonalement, faire un relevé des coeffs de puissance en fonction de l'angle d'incidence et pas mal d'autres choses que je n'ai pas faites...

Il y avait a disposition un laser, une lame de verre montée sur une plateforme munie d'un vernier, et un capteur de puissance relié à un wattmètre très (trop) precis : dès qu'on s'approchait les mesures partaient en vrille. Le capteur ne tournait pas avec la plateforme donc des qu'on bougeait un peu il fallait repositionner le capteur pour qu'il soit dans la trajectoire du rayon réfléchi...

Sinon, l'examinateur bien que sympathique ne cherchait pas vraiment à debloquer, par contre il m'a proposé une espèce de question de cours (qu'est-ce qu'une OPP-EM? Polarisée rectiligne? À expliquer à un terminal) que je ne lui ai jamais présenté au final.

#### 3) Français (11)

Un texte de Roger Pol Droit sur le **progrès** (avec un grand LE). Examinatrice plutôt agréable, quelques questions de vocabulaire (transcendent, s'étioler, et dogme) et beaucoup sur le texte, ce que l'auteur entendait par ci ou ça, des demandes d'illustrations de ses propos et une ou deux sur ce que j'avais dit dans mon commentaire (peut-on considérer que la fin de la recherche du progrès est définitive?).

#### 4) Maths (15)

Exercice 1 :

Existe-t-il  $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}} / \forall t \in [0, \pi] \sin(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_n \cos(nt)$  ?

Exercice 2 :

$$1) M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

En effectuant un produit par blocs, déterminer le plus petit entier  $p / M^p = I_5$ .

En déduire que M est diagonalisable.

2) Trouver un vecteur  $x \in \mathbb{R}^5 / x, m(x), m^2(x), m^3(x), m^4(x)$  forment une base de  $\mathbb{R}^5$ .

Donner alors la matrice de m dans cette base.

Solution : pour le 1) il faut construire g égale à sin sur  $[0, \pi]$ , paire,  $2\pi$ -périodique. Il y a alors convergence normale de la série de Fourier de g vers g (car g continue et de classe 1 par morceaux), comme elle est paire tous les  $b_n$  sont nuls. Il reste à calculer les  $\alpha_n$  égaux aux  $a_n$  sauf pour  $a_0$  attention au un  $\frac{1}{2}$  qui traîne. (Remarque : les  $a_n$  sont nuls pour n impairs car g est  $\pi$ -périodique.)

pour le 2.1) on remarque que M est diagonale par blocs, donc p correspond au ppcm tels que les deux matrices de la diagonale soient l'identité. Celle du haut correspond à une rotation de  $90^\circ$  donc identité pour p multiple de 4. Pour l'autre en calculant  $B^2$  puis  $B^4$  on voit que  $B^4 = I$  donc  $p = 12$ .

On a alors  $M^{12} = I$  donc  $M^{12} - I = 0$  donc  $X^{12} - 1$  est annulateur de M or c'est un polynôme scindé à racines simples (ses racines sont les racines douzièmes de l'unité) donc par caractérisation, M est diagonalisable.

2.2) Poser les coordonnées de  $x = (a, b, c, d, e)$  puis calculer les images successives. Comme il n'en faut qu'un, j'étais partie pour essayer avec  $a = c = 1$  et  $b = d = e = 0$ , les 4 premiers formaient de manière « évidente » une famille libre pour le 5eme j'étais parti sur un calcul de déterminant  $5 \times 5$  (non nul si la famille est libre) mais le temps s'était écoulé et il ne m'a pas laissée finir. Par contre il m'a demandé quelles étaient les propriétés du déterminant.

## 5) Physique (13)

Le premier de la thermo : une conduite d'eau chaude de rayon  $R_1$  de longueur  $L \gg R_1$ , isolée par un manchon de conductivité " $\lambda$ " de rayon extérieur  $R_2$ . La température de l'eau en  $R_1$  est  $T_1$ ,  $T_1'$  du côté du manchon et l'air est à  $T_0$ . Les transferts thermiques entre l'eau et le manchon et entre le manchon et l'air suivent la loi de Newton (avec des coeffs respectifs  $h$  et  $h'$ ).

Quelle est la puissance  $P$  échangée entre l'eau et l'air? à exprimer en fonction de  $T_1$  et  $T_0$ .

Deuxième exo : de l'induction si on veut le classer. On considère un générateur d'onde électromagnétique qui délivre une puissance moyenne  $P$ . On place à une distance  $d$  de celui-ci un solénoïde constitué de  $N$  spires carrées de côté  $a$  dont les extrémités  $C$  et  $D$  ne sont pas reliées. Déterminer quelle doit être l'orientation du solénoïde pour que la fem entre  $C$  et  $D$  soit maximale. Quelle est alors la valeur efficace  $U$  de la tension entre  $C$  et  $D$  ?

Comme "il restait du temps", j'ai eu droit à un troisième exo à base d'optique. Un réseau à 1000 traits/mm est éclairé avec un angle d'incidence de  $\pi/6$ . Quel est le nombre d'ordres observables pour une longueur d'onde de 500nm? Comme je n'avais pas bien compris l'exo au départ et que j'ai cru qu'il fallait parler de diffusion on a introduit "epsilon" la largeur d'une fente du réseau. (À ce moment-là j'ai pensé à la phrase de M.Olive : "ne compliquez pas vos exos")

Pour l'exo 1 : **bilan d'énergie** a un volume élémentaire du manchon + utilisation des **conditions aux limites** pour déterminer la loi  $T'(r)$  -dans le manchon- puis du fait qu'il y a conservation du flux comme on est en régime stat pour exprimer  $T_1$  en fonction des données. On peut aussi utiliser les résistances thermiques d'après l'examinatrice.

Pour l'exo 2 : la **loi de Faraday** donne directement que l'axe du solénoïde doit être selon  $B$ . Puis utiliser le **vecteur de Poynting** pour relier  $B_{\max}$  et  $P$  pour la valeur efficace.

Pour le 3 : en fait il faut juste utiliser **la formule des réseaux** et trouver  $k' - 1 < \sin(\text{angle sortie}) < 1$ . Si après comme moi vous parlez de diffraction ça complique tout. Faut essayer d'adapter la formule de l'intensité de la fente pour l'exprimer en fonction de ce fameux angle de sortie (on ne connaît pas la distance à laquelle se trouve l'écran...) et en incidence non normale...