

Soit la série $\sum a_n x^n$ une série à rayon de convergence R non nul. On suppose que :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n| R^n \text{ converge}$$

$$f : x \rightarrow \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$$

- 1) Montrer que la fonction f est continue en R .
- 2) Soit : $f(x) = \frac{1}{x} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$
 - a) Montrer que $\int_0^1 f(t) dt$ existe et l'exprimer sous la forme d'une série.
 - b) Calculer $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ (on admet que $\sum_0^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$)

Remarque :

L'examineur à vue que je connaissais bien mes théorèmes et hypothèses sur la première question et ne m'a pas embêté par la suite sur certaine justification comme :

« $\ln(t)$ est intégrable en 0 donc $\ln(1-t)$ est intégrable en 1 »

« on est sur le l'intervalle de convergence d'une fonction DES donc on peut appliquer le TITT »

...

Par ailleurs, pour la question 2_b, un changement de variable était à faire, je l'ai dit, mais il m'a donné lequel faire par soucis de temps.

Soit $G \in R_{n+1}[X]$

Soit g l'application de $R_n[X]$ dans $R[X]$ qui à P associe le reste de la division euclidienne de XP par G .

- 1) Montrer que g est un endomorphisme
- 2) Soit $n = 3$ et $G = X(X-1)(X+1)(X+2)$
 - a) Exprimer la matrice de g dans la base canonique classique
 - b) Montrer que g est diagonalisable
 - c) Tracer sur $[-3; 2]$ les applications associés aux vecteurs propres de g .
- 3) On reviens au cas du préambule. Montrer que g est diagonalisable et exprimer ses vecteurs propres.
- 4) Manque de temps mais similaire à la 2° avec un polynôme de degré 5.

Remarque :

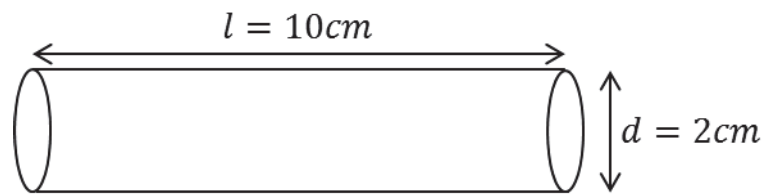
Enorme perte de temps de ma part du à une inversion dans les conventions de la base canonique de R_n . J'ai classé les vecteurs par ordre de puissance décroissantes au lieu de la convention habituelle où ils sont classés par ordre croissants. Le correcteur à valider l'ensemble de mes calculs mais une fois arriver à son terme m'a demandé de les refaire en reprenant la bonne convention...

Par ailleurs, Centrale n'est pas très explicite sur ce point mais il **FAUT** utiliser python dès que cela est possible : ex : si vous voulez des valeurs propres, pas de polynôme caractéristiques, **go PYTHON**.

Sinon, un examinateur sympathique qui ne semblait pas vouloir explicitement nous casser.

Exercice :

Soit un barreau de cuivre de dimension ci-dessous :

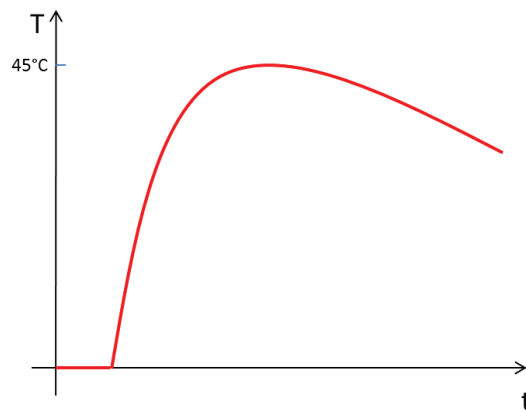


Données :

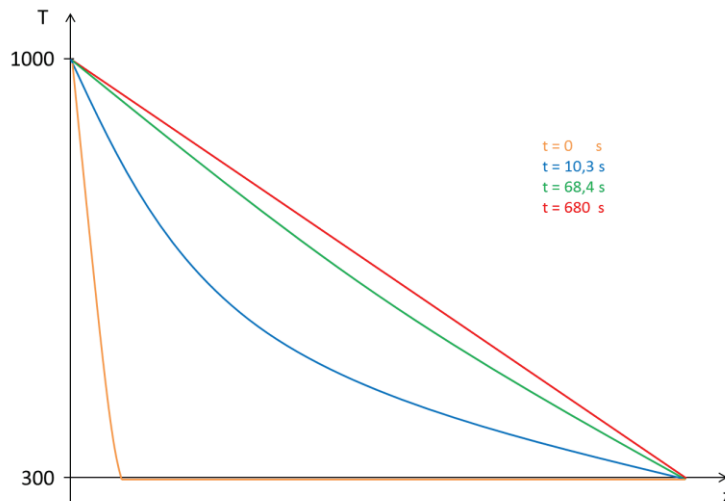
$$\rho_{Cu} = 9,0 \text{ g.cm}^{-3}$$

$$M_{Cu} = \dots$$

- 1) On plonge le barreau de cuivre dans de l'eau à 90°C pendant 1min puis on le plonge rapidement dans un calorimètre (de capacité $C_0 = 20 \text{ J.K}^{-1}$) contenant 200mL d'eau à 20°C . On donne l'évolution de la température : déterminer la capacité thermique massique du cuivre.



- 2) On considère maintenant un barreau de cuivre thermiquement isolé latéralement. On place un côté en contact avec une source $T_1 = 1000\text{K}$ et $T_2 = 300\text{K}$. On donne les valeurs de la température du barreau en différentes abscisses à différents instants t . Estimer la valeur de la conductivité thermique.



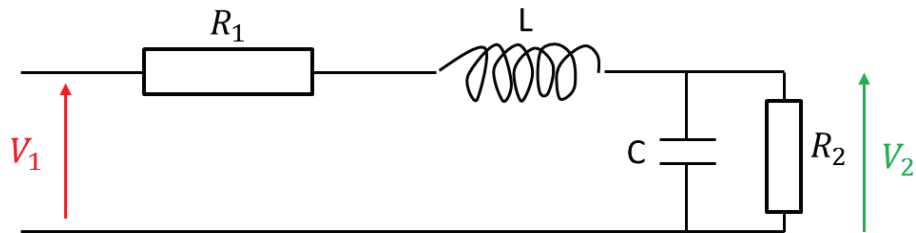
- 3) Pas eu le temps

Remarque :

Une examinatrice qui n'était pas bavarde du tout, elle n'a pas dit un traitre mot jusqu'à la fin de l'exam où elle m'a demandé de prendre un peu de recul sur les valeurs numériques qui étaient trop faible pour du cuivre.

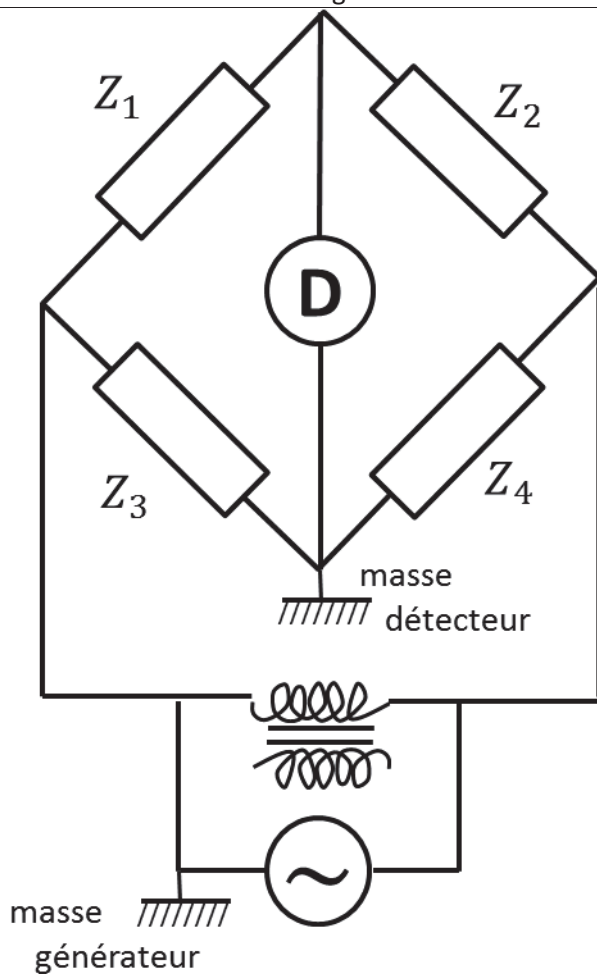
Par ailleurs, je me suis fait énormément surprendre par la durée de l'exam qui m'a semblé énormément court... En effet, le temps de faire ces deux questions (j'ai redémontré eq de Kelvin) et l'exam est arrivé à son terme...

L'objectif de ce T.P est l'étude du montage suivant :



I) Détermination des valeurs du circuit

On s'intéresse à deux montages définis de la manière ci-dessous.



1^{er} montage :

- $Z_1 = P$ résistance pure
- $Z_2 = Q$ résistance pure
- $Z_3 = Z$ une impédance à mesurer
- Z_4 est un dipôle composé d'une résistance variable ρ et d'un condensateur de capacité variable γ

2^{ème} montage :

- $Z_1 = Z$ une impédance à mesurer
- $Z_2 = P$ résistance pure
- $Z_3 = Q$ résistance pure
- Z_4 est un dipôle composé d'une résistance variable ρ et d'un condensateur de capacité variable γ

On branche un oscilloscope qui joue le rôle du détecteur du montage. On admettra que lorsque la tension aux bornes du détecteur est nulle, on a la relation :

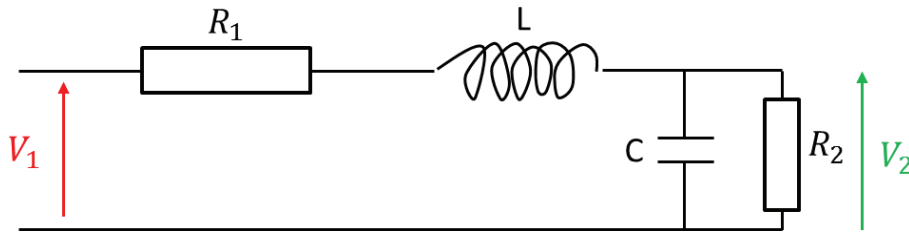
$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

(cette relation n'était pas à démontrer mais est très simple à retrouver à l'aide de deux lois des mailles de part et d'autre du détecteur puis multiplication des deux relations obtenues)

- 1) Justifier l'indispensabilité du transformateur d'isolement dans ce montage.
- 2) Exprimer les conditions qu'implique une tension nulle aux bornes du détecteur pour les deux montages.
- 3) Montrer que l'un des deux montages permet de mesurer une réactance (partie imaginaire) strictement positive et l'autre strictement négative.
- 4) Proposer alors un protocole pour trouver les valeurs de C et L.
- 5) Que pensez-vous des incertitudes ?

II) Etude du montage

On reprend le montage vu au début où l'on a $R_1 = 50 \Omega$:



- 1) Tracer le quotient $\frac{V_2}{V_1}$ pour $R_2 = 50 \Omega$, 200Ω et 1000Ω pour des fréquences allant de 50 Hz à 20 kHz. (du papier échelle semi-log était à notre disposition)
- 2) Montrer que :

$$\frac{V_2}{V_1} = A * \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\omega_0}{Q}}$$

Exprimer les coefficients Q , A et ω_0 en fonction de R_1 , R_2 , L et C .

- 3) Comparer la théorie avec les résultats obtenus à la question 1.

III) Approfondissement

Je ne suis pas parvenue à traiter cette partie, elle était toutefois très courtes. Un seul conseil que j'ai à donner serai de s'entraîner une fois dans l'année à faire un TP avec autant de courbe à tracer sans l'aide d'un outil informatique. Par ailleurs, le matériel mis à disposition n'était pas très performant au vu des exigences : notamment le générateur dont la fréquence se réglait à l'aide d'un bouton circulaire ce qui était très imprécis et long pour le nombre de mesure à faire.

Remarque :

Mis à part une erreur de ma part sur une mauvaise explication de l'utilité du transformateur d'isolement, le TP se fait relativement facilement. Il est très long, surtout dû à la présence des graphiques qui sont très chiant (faut dire ce qui est) à faire car il faut tracer en échelle logarithmique ce qui prend énormément de temps à convertir toute les mesures....

Par ailleurs, ma théorie et mes observations ne concordaient pas du tout... L'examineur à toutefois apprécié le fait que je ne reste pas béat devant ce résultats mais que je cherche et trouve la source de l'erreur dans mes expérimentations/théorie...

Comme indiqué, ce TP concerne l'étude d'un drone et de la stabilité de son assiette pendant le vol. Avant même de commencer le sujet, on remarque avec un peu de recul que l'étude sera grandement simplifiée du fait qu'un seul degré de liberté est permis au drone (*on ne prend pas en compte la rotation du drone due aux couples exercés par chacune des hélices : cf présentation TIPE*).

Toutefois, malgré cette simplification, l'intérêt principal qu'apportait le TP résidait dans la démarche pour élaborer un modèle puis le valider. De plus, il reprenait une majeure partie des notions abordées cette année.

I. Etude du système didactisé

Comme tout début de TP, on commence par s'intéresser aux chaînes d'énergies et d'informations du TP : identification des différents composants et leur rôle. Puis on s'intéresse aux différents capteurs (expliciter ceux appartenant au système réel et ceux qui appartiennent uniquement au système didactisé et leur modes de fonctionnement).

Puis, par deux protocoles donnés on met en évidence la nécessité d'un asservissement. Protocole : passer le drone en mode manuel et tenter de garantir un équilibre de ce dernier autour de la position 20° pour plusieurs puissances du moteur.... (réglage évidemment irréalisable d'où l'indispensabilité de l'asservissement).

Rien de bien nouveau sur cette première partie qui ressemble à tout début classique de TP.

II. Etude dynamique

Ensuite, on réalise l'étude dynamique du module proposé (encore une fois classique) à l'aide d'un Théorème du Moment Dynamique relativement simple.

Ce qui m'a plu fut la mise en relation de la vitesse de rotation de l'hélice avec la portance de cette dernière. Le matériel de qualité permettait de déterminer rapidement et précisément cette relation que l'on venait ensuite linéariser (*insertion d'un point de fonctionnement auquel je n'avais pas pensé pendant mon TIPE, ce qui simplifie grandement les équations*). Cette linéarisation était d'autant plus intéressante qu'elle permet une simplification de l'asservissement (fonction de transfert usuelle et non quadratique).

On termine cette partie avec quelques justifications de signes dans le schéma bloc.

III. Les capteurs

Cette partie est la partie de ce TP qui à mon goût était de loin la plus intéressante de toutes. En effet, pendant le vol, le drone nécessite de connaître l'inclinaison exacte de son assiette afin d'asservir sa position et garantir une certaine stabilité. Toutefois, après quelques manipulations, on remarque clairement que la structure du drone oscille légèrement autour de la position d'équilibre imposé, ce qui va engendrer des perturbations sur les capteurs.

Dès lors, le TP nous fait étudier deux capteurs consécutivement.

Puis on compare les données renvoyées par ces capteurs à celle d'un capteur (**je nommerai ce capteur « capteur 1 »** pour éviter les paraphrases par la suite) rajouté sur le système dont on a la certitude qu'il renvoie des données exactes.

1) L'accéléromètre

L'étude de ce premier capteur (étude dynamique à l'aide d'une simplification du modèle) a permis de voir qu'en moyenne, il renvoyait la même valeur que le capteur 1 mais oscillait grandement autour de cette valeur moyenne.

Dès lors, on utilisait l'outil informatique pour filtrer la réponse de ce capteur (passe-bas) afin de ne conserver que cette valeur moyenne (LA PROGRAMMATION DU PASSE-BAS ETAIT A CONNAITRE).

2) Le gyromètre

Ensuite, on s'intéresse à un autre capteur qu'est le gyromètre. Deux-trois séries de mesures permettent de rapidement mettre en évidence que ce dernier reproduit avec précision les mêmes oscillations que le capteur 1 mais se déphase légèrement avec le temps. Par conséquent, on conserva seulement la partie fluctuante de ce capteur (passe-haut).

3) Couplage

Il apparaît ainsi de manière évidente que le couplage de ces deux capteurs (avec filtre respectif) permet de renvoyer une valeur d'angle la plus précise possible.

IV. L'asservissement

Cette partie était moins intéressante car elle donnait un asservissement tout fait que l'on venait corriger avec un avance de phase (pas de grande difficulté).

Toutefois, la deuxième partie qui aurait pu être très intéressante a été volontairement coupée dans le sujet. Elle concernait l'étude d'un double asservissement. Ce double asservissement semblait très intéressant mais était très simplifié. On nous donnait un protocole de réglage de ce schéma-bloc mais nous demandait à aucun moment de comprendre cet asservissement...

Remarque :

Un examinateur très sympa, ouvert à la discussion. Il était relativement proche des questions proposées dans le TP : il vérifiait à chaque fois si j'avais bien abordé l'ensemble des points proposés par le sujet. Les passages de ce dernier au cours du TP ne suivaient pas de logique particulière, il passait quand il avait un moment mais resté tout le temps à notre écoute en cas de soucis techniques ou autre.

Exercice 1 (avec préparation) :

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite bornée. Soit la fonction :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{|x - a_n|}{3^n}$$

Vérifiez qu'elle est bien définie, étudiez sa continuité et sa dérivabilité sur \mathbb{R} .

Qu° supplémentaire posée par le correcteur : Que pensez-vous de la dérivabilité de la fonction aux points a_n ?

Exercice 2 (sans préparation) :

Soit Ω un ensemble de dimension fini, $P(\Omega)$ et P un probabilité telle que $(\Omega, P(\Omega), P)$ soit un espace probabilisé.

Soit F l'ensemble des fonctions de Ω dans \mathbb{R} .

Par convention, soit $A \subset \Omega$, on pose la fonction indicatrice de A par $1_A(\omega) = 1$ si $\omega \in A$ et $1_A(\omega) = 0$ sinon.

1) Montrer que :

$$\varphi : \begin{cases} F \times F \rightarrow \mathbb{R} \\ X, Y \rightarrow E(XY) \end{cases} \text{ est un produit scalaire} \quad \Leftrightarrow \quad \forall \omega \in \Omega, P(\{\omega\}) > 0$$

2) ... Je n'ai pas réussi à faire la 1.

Remarque :

Un premier exercice assez basique qui demande simplement la connaissance des théorèmes de continuité et dérivabilité avec les hypothèses.

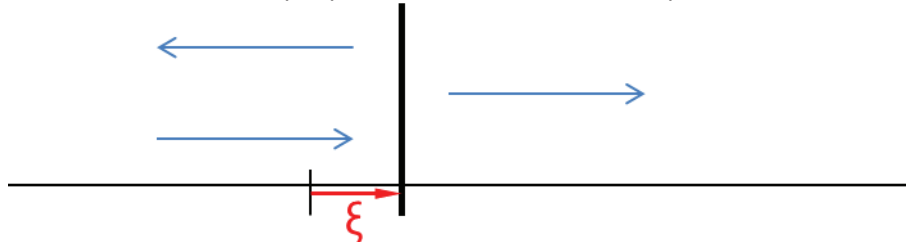
Pour le deuxième exercice, il m'a dit que je confondais ω et $X(\omega)$ et je ne suis même pas parvenu à exprimer correctement l'espérance $E(XY)$. Il m'a laissé planté pendant une bonne quinzaine de minute avant de me dire que l'oral était fini.

Qu° de cours :

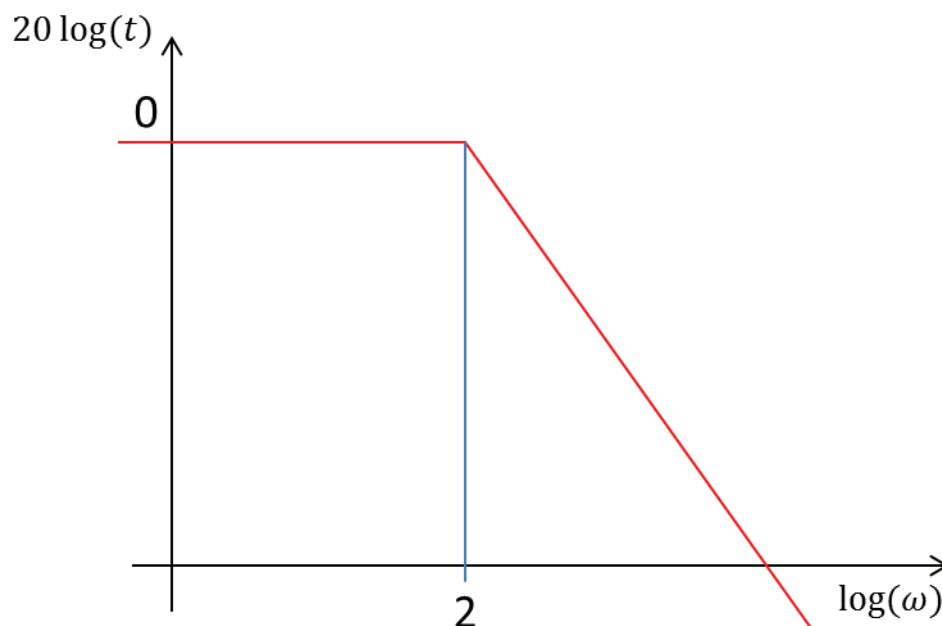
Machine thermique cyclique ditherme

Exercice :

Soit une onde acoustique se propageant sur les z croissants à une célérité c et dans un fluide de masse volumique ρ . Elle arrive en incidence normale sur une plaque mobile de masse surfacique σ selon l'axe z .



- 1) Calculer les coefficients de réflexion et de transmission de l'onde dans ce système.
- 2) On a tracé ci-dessous la courbe de $20\log(t)$ en fonction de ω .



- a) Donner la valeur de σ sachant que $Z_{ac} = 408 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
- b) Quelles ondes passent mieux au travers de la membrane ? Les aigues ou le graves ?
- 3) On donne $\rho_{\text{plaque}} = 1200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, donner son épaisseur. Est-ce qu'on peut toujours considérer la plaque comme infiniment mince ? A quelle condition peut on conserver cette hypothèse ? (on donne $c_{\text{plaque}} = 5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Remarque :

Un examinateur très peu bavard. J'ai eu du mal à poser les bonnes équations pour démarrer et il m'a laissé galérer une bonne vingtaine de minutes sans intervenir puis m'a un peu aidé. Ensuite les calculs se déroulent correctement jusqu'à la fin de l'exercice et le correcteur intervenait très peu par la suite.

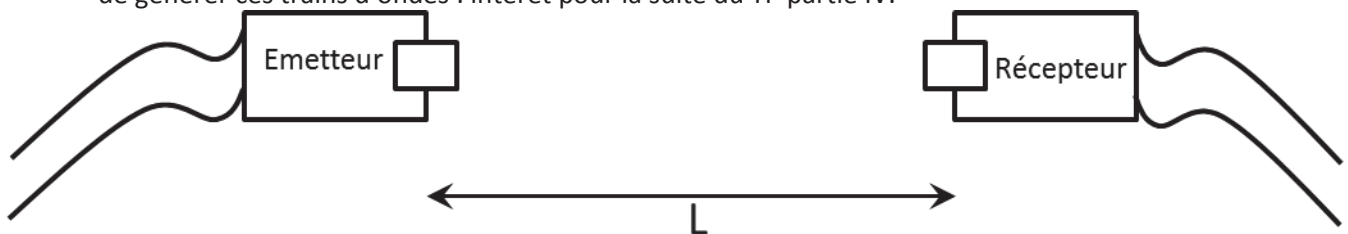
Le TP se décomposait en quatre grandes parties dont le point commun étaient l'étude de la célérité d'une onde sonore dans l'espace ambiant. La première partie concernait uniquement une étude purement théorique tandis que les parties suivantes concernaient des cas pratiques précis.

I. Etude théorique

- Redémontrer l'équation que respecte une onde sonore dans l'air. Nommer cette équation et rappeler l'expression de la célérité de l'onde en fonction des paramètres.
- Exprimer la célérité de l'onde en fonction de la masse molaire de l'air, la température, le coefficient γ d'un gaz parfait diatomique et R. Faire l'application numérique avec la valeur donnée par le thermomètre (matériel fourni).
- Exprimer l'intensité acoustique de l'onde en fonction de sa pression.
- Les émetteurs (resp. récepteurs) employés dans ce TP fournissent (resp. reçoivent) une pression (resp. tension) proportionnelle à la tension appliquée à ses bornes (resp. pression appliquée à sa membrane). Montrer que l'intensité acoustique de l'onde est proportionnelle au carré de la tension renvoyée par l'émetteur/récepteur.

II. Calcul de la longueur d'onde

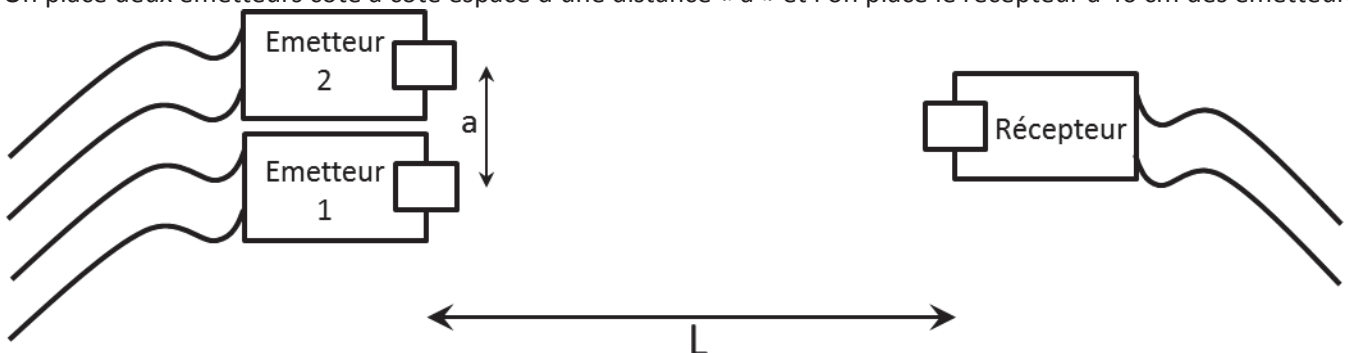
- Le TP nous donnait un protocole intégrale pour générer des trains d'onde à l'aide de deux générateur Agilent en branchant l'un des deux à l'arrière de l'autre. Il nous demandait alors de suivre ce protocole et de générer ces trains d'ondes : intérêt pour la suite du TP partie IV.



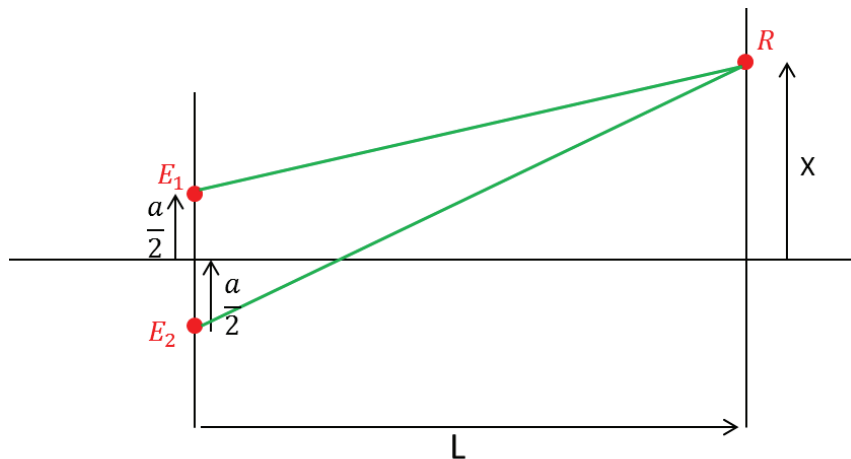
- Régler la fréquence de l'onde pour qu'en une disposition donnée (émetteur et récepteur), la tension renvoyée par le récepteur soit maximale. Expliquer l'intérêt d'un tel réglage.
- Lorsqu'on translate le récepteur de droite à gauche, on observe des hauts et des bas pour la fréquence renvoyée par le signal du récepteur. Expliquer pourquoi.
- Tracer la courbe : $f_n = g(n)$
- Dédire de cette courbe la valeur de la longueur d'onde à 0,1 mm près.
- Calculer la vitesse de phase de l'onde.

III. Interférences d'ondes

On place deux émetteurs côte à côte espacé d'une distance « a » et l'on place le récepteur à 40 cm des émetteurs



1) Théorie



- Pourquoi observe-t-on des interférences lorsqu'on translate le récepteur de haut en bas ? A quelle condition observe-t-on ces interférences ? On pourra utiliser les notations $s_1(t) = S \cos(\omega t)$ et $s_2(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$ pour l'étude théorique.
- En supposant $D \gg X$ et $D \gg a$, exprimer la condition d'interférence.
- Exprimer alors le rapport $I(X)/I_{max}$. Tracer la courbe théorique de ce rapport.
- Calculer l'interfrange en fonction de D , a et λ .

2) Pratique

- Tracer la courbe réelle du rapport $\frac{I(X)}{I_{max}}$.
- Trouver la valeur de l'interfrange i et la comparer à la valeur théorique obtenue.

IV. Guide d'onde

1) Théorie

- Que vérifie la pression dans le guide d'onde ?
- Montrer que : $\overrightarrow{grad}(p) \cdot \overrightarrow{u}_x$ et $\overrightarrow{grad}(p) \cdot \overrightarrow{u}_y$ sont nuls sur la paroi.

On pose la pression sous la forme :

$$p(x, y, z, t) = p_1 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(\omega t - kz)$$

- Quelle est la forme de l'onde de pression dans le guide d'onde ?
- Montrer qu'il existe une solution uniquement si k_x et k_y vérifie une relation bien particulière (on utilisera la lettre « n » pour k_x et « m » pour k_y).
- Expliciter la relation de dispersion.
- Quelle est la condition sur k^2 pour qu'il y ait propagation de l'onde dans le guide d'onde ?
- En déduire $f_{c,(n,m)}$
- Montrer que :

$$v_\varphi = c \left(1 - \left(\frac{f_{c,(n,m)}}{f} \right)^2 \right)^{-1/2} \quad \text{et} \quad v_g = c \left(1 - \left(\frac{f_{c,(n,m)}}{f} \right)^2 \right)^{+1/2}$$

2) Mise en pratique

Un programme python était fournis pour pouvoir faire ce TP, programme que je vous ai réécrit et joins si vous souhaitez proposer ce TP.

- A l'aide du programme python, observer les différents modes existant dans ce guide d'onde.
- Observer les différents modes à l'oscilloscope.
- Quels modes peuvent être observés ?

Remarque :

Une examinatrice très sympa qui n'était pas là pour nous casser. Elle nous donne toutes les indications nécessaires pour mener à bien le TP. Par ailleurs, je me suis heurté à 2 problèmes de théorie au cours du TP mais elle n'y a pas attaché plus d'importance que ça du fait que je lui ai proposé une alternative pour le protocole découlant de la théorie.

Article :

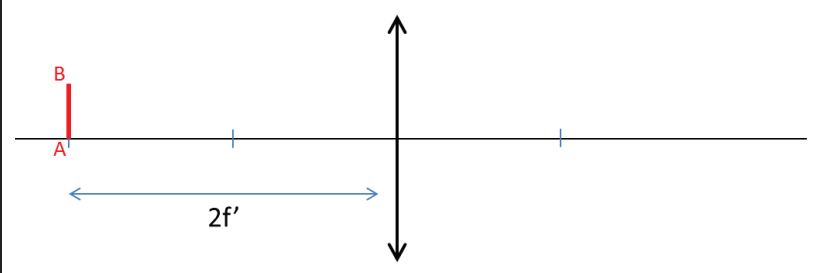
⇒ « La leçon de l'infiniment petit » extrait de Pour La Science 2014

Question de Cours :

⇒ Optique Géométrique – focométrie

Exercice :

1^{ère} question :

	<p>Tracer l'image de AB par le système optique ci-contre.</p>
--	---

2^{ème} question :

On dispose de 2 lentilles convergentes de focales : $f'_1 = 4mm$ et $f'_2 = 50mm$

Comment positionner ces deux lentilles (écart entre elles) pour obtenir un microscope ayant un grandissement de 300 ?

On rappelle que le grandissement est défini comme : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Où :

- ⇒ α' est l'angle du punctum proximum sous lequel l'objet est perçu
- ⇒ α est l'angle sous lequel l'objet est observé

Remarques :

Le texte à résumer ne présentait pas de difficulté particulière dans son contenu. Toutefois, les questions posés lors de l'entretien de sciences sociales étaient parfois peu précises et je ne percevais pas quelle était la réponse attendue.

Questions de Sciences Sociales :

- ⇒ Définir « ontologique »
- ⇒ Montrer en quoi le texte illustre la citation « Une métaphore permet de mieux comprendre » (je n'ai pas compris où elle voulait en venir avec cette question)
- ⇒ Dire pourquoi le texte parle de « découvertes philosophiques négatives »
- ⇒ Quelques rectifications m'ont été demandé par rapport aux tournures que j'avais employé. Ex : Donner une meilleure formulation que « mettre en avant » => « mettre en évidence »

Par rapport à la partie physique, je n'étais pas parfaitement au point sur le deuxième exercice où il fallait un peu de recul par rapport à ce cours. Toutefois, l'examinateur n'hésite pas à donner quelques indices pour avancer.

Questions Scientifiques :

- ⇒ Sur la question de cours, il m'a simplement demandé de rappeler les conditions de Gauss et leurs conséquences sur les systèmes optiques. A chaque condition de Gauss, il me demandait un ordre de grandeur (peu incliné et faisceau concentré).
- ⇒ A la fin du premier exercice : Connaissez-vous le nom de la disposition du système optique représenté ? (lien avec objet placé à $2f'$ de la lentille)
- ⇒ A la fin des exercices, il m'a posé deux questions :
 - Pensez-vous que la revue Pour La Science est une revue Scientifique ou de Vulgarisation ?
 - Quel le phénomène physique limitant la résolution des microscopes optiques ?

Les leçons de l'infiniment petit

Au CERN, 60 ans de collaboration, de projets démesurés et néanmoins aboutis, de défis technologiques relevés ont bouleversé notre compréhension intime de la matière. C'est une victoire de l'Europe !

Née il y a à peine un siècle, la physique des particules nous transporte, tels des touristes déroutés et hagards, en des mondes étranges où nos intuitions perdent leurs marques. Elle constitue aujourd'hui une activité à la fois ambitieuse et discrète, imposante et mal connue : alors qu'elle délivre des résultats fascinants et mobilise des moyens dont la taille impressionne, elle fait rarement parler d'elle.

Elle constitue pourtant une discipline frontière : dans son expression théorique, elle fait appel à des concepts mathématiques très élaborés, fort éloignés des mathématiques lycéennes. Dans son versant expérimental, elle se situe toujours à la limite des possibilités technologiques. Le monde impalpable de « l'infiniment petit » exige des moyens lourds et complexes. C'est même le prix à payer pour espérer le prendre en filature.

Les conquérants du minuscule

Les connaissances que les « conquérants du minuscule » ont accumulées ces dernières décennies ne sont certes pas d'accès facile. Il est toutefois impératif de transmettre les plus importantes d'entre elles, car tout au long de son histoire, la physique des particules a détruit des préjugés, démonté de prétendues certitudes, ouvert des perspectives inédites. Il lui arrive même de faire des percées si décisives qu'entraînée par son élan, elle en vient à déborder de son propre cadre.

C'est par exemple le cas lorsque l'un de ses résultats, plus important que les autres, vient provoquer un joli chahut dans la pensée, bouscule les termes en lesquels certaines questions philosophiques se posent et s'invite ainsi dans des débats qui leur sont *a priori* extérieurs. On peut alors parler, après le philosophe Maurice Merleau-Ponty, de « découvertes philosophiques négatives » faites par les physiciens.

Celles-ci sont précieuses, car intellectuellement incontournables. Qui oserait de nos jours disserter sur la matière à partir de ce qu'en dit le seul Aristote, sans jamais évoquer la découverte de l'atome, auquel le philosophe ne croyait pas ? Ou sur la nature du « réel » sans faire référence aux leçons révolutionnaires de la physique quantique ? Ou sur la structure de l'espace ou du temps sans se soucier des implications de la théorie de la relativité d'Einstein ? Lorsqu'on les considère à leur juste hauteur, les plus grandes avancées de la physique obligent une part de la réflexion philosophique à se remobiliser, parfois à ouvrir de nouveaux chemins de pensée.

Prenons l'exemple du vide, l'un des grands sujets de la physique contemporaine. De l'Antiquité jusqu'au Moyen Âge, on s'est furieusement bagarré à propos de son existence, jusqu'à aboutir à la fameuse formule de Roger Bacon : « La nature a horreur du vide. » Prise trop au sérieux, cette phrase a même conduit à envisager l'horreur du vide comme une véritable force capable d'agir sur les objets : ainsi, au Moyen Âge, on croyait – à tort – que l'eau, comme tous les autres corps, se contracte quand elle devient solide, autrement dit que la glace occupe moins de volume que l'eau liquide ; on interprétait donc le fait qu'un récipient d'eau se casse sous l'effet du gel en disant que la nature préfère briser la bouteille plutôt que de laisser du vide se former à l'intérieur. Voulant résumer cette conception du vide, Gaston Bachelard disait qu'il était comme « un facteur d'anéantissement apportant dans toute substance la contagion de son néant ».

De nos jours, on définit plutôt le vide comme étant ce qui reste dans un récipient après qu'on en a tout extrait. Cette définition est toutefois problématique. Pourquoi ? Parce que si le vide existe, c'est qu'il n'est pas rien, qu'il est donc quelque chose de particulier, mais curieusement, ce « quelque chose de particulier » qu'il est ne doit pas être enlevé quand on fait le vide, sous peine de faire du vide en question un pur néant

qu'il ne peut pas être dès lors qu'il est quelque chose de particulier... En d'autres termes, pour faire le vide, il faut tout enlever, absolument tout, sauf le vide.

Soit une cruche...

D'où la question : que doit-on inclure dans ce « tout » qu'on enlève ? Doit-on considérer, par exemple, que l'espace ne fait pas partie du vide et qu'on peut donc l'enlever ? Ou bien doit-on considérer que l'espace est un élément du vide ? On voit par là que pour dire ce qu'est le « vide », on doit pouvoir définir ce que l'on enlève. Soit une cruche. Je peux (en principe) ôter l'air qu'elle contient, laissant subsister la cruche en tant que contenant. Si j'enlève la cruche, il subsiste encore un lieu, un espace. Où dois-je m'arrêter ? Où se termine la panoplie des objets que je dois ôter pour réaliser le vide ? Poser cette question, c'est comprendre que le « tout » dans la phrase « le vide est ce qui reste après que j'ai tout enlevé » diffère selon que je me réfère à telle théorie physique ou à telle autre. C'est seulement à partir des objets auxquels la théorie reconnaît une existence qu'il est possible de définir, par antithèse, tel ou tel type de vide. Le vide apparaît ainsi dépendant du mobilier ontologique de la théorie que l'on choisit comme référence.

De la matière fatiguée

Par exemple, en physique quantique, le vide n'est pas l'espace vide. Il est rempli de ce qu'on pourrait nommer de la matière fatiguée, constituée de particules bel et bien présentes, mais n'existant pas réellement : elles ne possèdent pas assez d'énergie pour pouvoir vraiment se matérialiser et, de ce fait, elles ne sont pas directement observables. Ce sont des particules « virtuelles », qui hibernent dans une sorte d'ontologie endormie, telles des « *Belles au bois dormant* ». Pour les faire exister vraiment, on doit leur donner l'énergie qui manque à leur pleine incarnation. Le vide lui-même peut jouer le rôle de prince charmant. En fait, il joue plutôt le rôle de banquier impatient : il accepte de prêter de l'énergie aux particules virtuelles à la stricte condition qu'elles lui restituent très rapidement l'emprunt. En vertu de ce contrat, des particules virtuelles peuvent surgir du vide, mais avec l'obligation d'y retourner presque aussitôt pour s'annihiler et ainsi rembourser leur dette énergétique.

Heureusement, il y a un autre moyen plus efficace de réveiller le vide quantique. Il suffit de faire entrer en collision des particules de haute énergie, ainsi que cela se fait au CERN. Celles-ci offrent alors gratuitement leur énergie au vide et, du coup, certaines particules virtuelles deviennent réelles et s'échappent hors de leur repaire. Elles qui faisaient un petit somme depuis plusieurs milliards d'années retrouvent la vitalité qu'elles avaient dans l'univers primordial et s'extraient du vide quantique avec une énergie plus ou moins grande.

C'est grâce à ce stratagème que les physiciens ont pu détecter au CERN le boson de Higgs (voir *Le boson de Higgs, et après ?*, par J. Ellis, page 28). Annoncée en juillet 2012, cette découverte constitue une découverte philosophique de grande portée, car elle a révolutionné notre compréhension de l'un des plus vieux concepts de la physique, celui de masse. La masse semblait pourtant condamnée à demeurer une propriété évidente des objets matériels, une grandeur physique dépourvue de mystère, à la fois mesurable (elle s'exprime en kilogrammes) et mesurante (elle quantifie le degré de « substantialité » d'un corps). Que pourrait-on jamais trouver à redire à cette façon de la considérer ?

Eh bien beaucoup de choses ! Car ce que révèle l'existence du boson de Higgs, c'est qu'au lieu d'être une propriété intrinsèque des particules élémentaires, une caractéristique qu'elles porteraient en elles-mêmes, la masse apparaît plutôt comme n'étant qu'une propriété secondaire et indirecte résultant de leur interaction avec... le vide ! En réalité, le vide est bel et bien habité. Il contient notamment de quoi créer la masse, c'est-à-dire l'inertie par laquelle les particules élémentaires résistent aux forces.

Pour bien entendre cette leçon, il faut revenir sur la façon dont sont aujourd'hui comprises les interactions entre particules, sans bien sûr entrer dans le détail du détail.

Selon la physique classique, si une particule agit sur une autre, c'est qu'un champ, engendré par la première se propage dans l'espace, puis agit sur l'autre. Mais cette conception a dû être revue afin de tenir compte des leçons de la physique quantique : dans ce nouveau cadre, pour qu'il y ait interaction entre deux particules, il

faut que « quelque chose » soit échangé, et ce quelque chose est une particule caractéristique de l'interaction. En d'autres termes, une interaction ne s'exerce entre deux particules que par l'échange d'une troisième, qu'en termes savants on nomme le « boson de jauge » de l'interaction.

Collision de... barques

Une métaphore aide à mieux comprendre. Imaginons deux barques sur un lac, dont chacun des occupants est démuné de toute espèce d'objet qui pourrait l'aider à diriger son embarcation (il n'a ni rames, ni pagaies, ni perches). Supposons que les deux barques se dirigent l'une vers l'autre de telle sorte que la collision paraisse inévitable. Inévitable ? Pas tout à fait. Car si l'un des occupants dispose d'un objet massif, par exemple d'un ballon, et le lance avec vigueur au passager de l'autre barque, qui le lui renverra, et ainsi de suite, les deux embarcations s'écarteront peu à peu l'une de l'autre. Par l'entremise d'un médiateur spatial, en l'occurrence le ballon, la succession des lancers créera une force répulsive capable de modifier les trajectoires.

Bien qu'approximative, donc critiquable, cette image permet en outre de comprendre une chose importante : puisqu'un ballon lourd condamne à ne faire que des passes courtes, la portée d'une interaction sera d'autant plus faible que la masse de ses particules médiatrices sera plus élevée.

Le Modèle standard

Quatre interactions fondamentales ont été identifiées à ce jour : la gravitation et les interactions électromagnétique, faible et forte. Après la Seconde Guerre mondiale, les physiciens ont pu démontrer que la force électromagnétique et la force faible (responsable notamment de la radioactivité bêta par laquelle un neutron se désintègre en un proton, un électron et un antineutrino) n'étaient pas indépendantes l'une de l'autre, bien qu'elles soient très dissemblables en apparence : dans un passé très lointain de l'Univers, elles ne faisaient qu'une seule et même force, qui s'est par la suite dissociée : d'un côté, l'interaction électromagnétique, dont la portée est infinie ; de l'autre, l'interaction faible, dont la portée est brusquement devenue très courte (moins de 10^{-15} mètre). Ils ont ensuite pu étendre cette démarche unificatrice à l'interaction forte, qui agit comme une sorte de glu collant les protons et les neutrons au sein des noyaux d'atomes. Le résultat constitue le « Modèle standard » de la physique des particules, qui a été très finement testé grâce à des expériences menées auprès des accélérateurs ou des collisionneurs de particules.

Ce Modèle standard utilise de façon astucieuse le concept de symétrie. On dit d'une chose qu'elle est symétrique si, après avoir été soumise à une certaine transformation, son apparence n'est pas modifiée. Par exemple, si je fais subir à une sphère une rotation de n'importe quel angle autour de n'importe quel axe passant par son centre, cela ne change ni sa forme ni même sa position. Dans le monde des particules élémentaires, les symétries intéressantes opèrent au sein d'espaces abstraits que seuls les mathématiciens savent représenter. Elles sont directement liées à la façon qu'ont les systèmes physiques de se comporter sous l'effet d'une force, et c'est pourquoi il peut se révéler très fructueux d'identifier les symétries qui gouvernent telle ou telle catégorie de phénomènes.

Pour traiter les interactions, les physiciens se sont donc appuyés sur un certain nombre de principes de symétrie très efficaces du point de vue des prédictions qu'ils permettaient de faire. Mais ces principes posaient aussi un problème irritant. Ils impliquaient en effet que les particules d'interaction devaient avoir... une masse nulle ! C'est effectivement le cas du photon, le médiateur de l'interaction électromagnétique (de portée infinie), mais pas du tout celui des particules qui médiatisent l'interaction faible (dont la portée est très courte), dont la masse vaut près de 100 fois celle d'un proton. Ce désaccord flagrant entre la théorie et l'expérience a menacé pendant un temps la cohérence de la théorie.

Mais durant l'été 1964, François Englert et Robert Brout, puis, de façon indépendante, Peter Higgs, ont proposé une solution théorique permettant de réconcilier les équations du Modèle standard avec les données empiriques : elle consistait à postuler l'existence d'un champ quantique emplissant tout l'espace, avec lequel les particules élémentaires, effectivement sans masse, interagissent plus ou moins fortement, ce qui a pour effet de ralentir leurs mouvements, de la même façon que si elles avaient une masse. Selon cette conception,

la masse ne serait donc qu'une propriété secondaire des particules, résultant du fait qu'elles se frottent au vide, plus exactement au champ qu'il contient, appelé « le champ scalaire de Higgs ».

On osera une seconde analogie : tout se passe comme si les particules élémentaires étaient des objets sans masse, mais dotées de skis, se déplaçant sur un champ de neige qui serait l'équivalent du champ scalaire de Higgs ; les particules ayant des skis parfaitement fartés se déplacent sans frottements, donc à la vitesse de la lumière, et leur masse apparente est nulle ; celles dont les skis sont mal fartés glissent mal sur la neige, leur vitesse est moindre que celle de la lumière et leur masse est non nulle. La masse apparaît alors comme une mesure de la mauvaise qualité du fartage des skis des particules...

Cette idée s'est trouvée brillamment confirmée par la mise en évidence du boson de Higgs, qui est la particule associée au champ éponyme. Cette découverte fut faite grâce au LHC, la plus grande expérience de physique jamais réalisée. Il s'agit d'un collisionneur de particules de 27 kilomètres de circonférence, érigé par le CERN de part et d'autre de la frontière franco-suisse, qui permet de réaliser des collisions entre protons de très haute énergie. On devine la prouesse technique d'un tel projet : deux faisceaux de dimensions infimes, parcourant en sens inverse et 11 245 fois par seconde un anneau de 27 kilomètres de circonférence à une vitesse quasiment égale à la vitesse de la lumière, se percutent frontalement en des lieux parfaitement déterminés. Répartis tout au long de l'anneau, 1 252 aimants dipolaires supraconducteurs de 15 mètres de longueur, refroidis à l'hélium superfluide, au champ magnétique très élevé, guident les protons sur leur trajectoire circulaire, tandis que des cavités radiofréquence supraconductrices leur confèrent l'énergie requise, de l'ordre de celle d'un moustique en vol. La conception et la construction d'une telle machine ont mobilisé pendant de très longues années des milliers d'ouvriers, de physiciens, de techniciens et d'ingénieurs venus du monde entier.

Joyeux anniversaire !

Le CERN fête en 2014 ses 60 ans. L'anniversaire de ce grand laboratoire doit être célébré avec une ferveur particulière, car il est certainement le lieu où l'on voit le mieux l'Europe rassemblée, l'Europe en acte, une Europe qui « a de l'allure ». L'Europe s'y montre vraiment, non pas comme une réalité donnée, qui serait inscrite dans l'ordre naturel des choses, mais comme une construction humaine, issue d'un geste intentionnel. C'est pour cette raison que la découverte du boson de Higgs est aussi une leçon de nature politique, au sens noble du terme.

Alors même qu'un grand nombre de ressortissants des pays de l'Union européenne se plaignent de son coût, de sa technocratie, de ses pouvoirs insuffisants, de ses pouvoirs excessifs, il n'est pas luxueux de rappeler que c'est sur le Vieux Continent et nulle part ailleurs que cette découverte a été faite, et qu'elle n'est pas du tout tombée du ciel. Elle est au contraire le résultat d'une très longue persévérance de la part des scientifiques, bien sûr, mais aussi des institutions qui les soutiennent depuis plusieurs décennies. On peut même dire, sans céder à l'emphase, que cette découverte est venue couronner une histoire encore plus longue, pour une grande part européenne, en précisant la réponse à une question qui fut posée il y a bien longtemps sur les rivages de la mer Ionienne : de quoi la matière est-elle faite ?

Oral d'info :

- 1) Créer une matrice A de taille 9x9 de coefficients pris aléatoirement entre 0 et 9 (on pourra utiliser la fonction `random.randint` disponible dans le module `numpy`)
Faire de même pour une matrice B de taille 2x2.
- 2) Créer une fonction *motif_equal* d'arguments A et B (supposées carrées) et qui renvoie True si B est une sous-matrice de A et False sinon (on pourra utiliser la fonction *array_equal* disponible dans le module `numpy`)
- 3) Créer une fonction *moindre_carré* d'argument A et B de même dimension et renvoie :

$$\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} (a_{i,j} - b_{i,j})^2$$

- 4) Créer une fonction *minimum* d'arguments une matrice C et qui renvoie le plus petit coefficient de la matrice.
- 5) En déduire une fonction *motif_approche* d'arguments A et B et qui renvoie la sous matrice de A la plus proche de B en terme de moindres carré.

Oral de Maths :

Soit la fonction définie sur $x \in]-a ; a[$ par : $f(x) = \ln(a+x) * \ln(a-x)$

- 1) Montrer à l'aide d'un développement limité que :

$$f(x) = \ln(a)^2 - \sum_{n=1}^{+\infty} k_n \frac{x^{2n}}{a^{2n}}$$

- 2) Montrer que k_n est de signe constant à partir d'un certain rang. Donner ce signe en fonction de la valeur de a.
- 3) Qu'en déduire sur $f^{(n)}$?

Remarques :

Pour l'info, rien de particulier mis à part savoir bien manipuler des tableaux (comment extraire un sous tableau d'un tableau notamment).

Pour les mathématiques, un exo relativement classique nécessitant une bonne connaissance des DLs et du produit de Cauchy de deux sommes infinies (pour convergence absolue).

Par contre, grosse surprise pendant l'oral, il paraissait que :

Le CSSA est Hors-Programme

Sinon, connaître la démonstration était le seul moyen de s'en sortir car la résolution de la question 2 passait par la construction de deux sous suites adjacentes : les termes d'indices pair et impair.