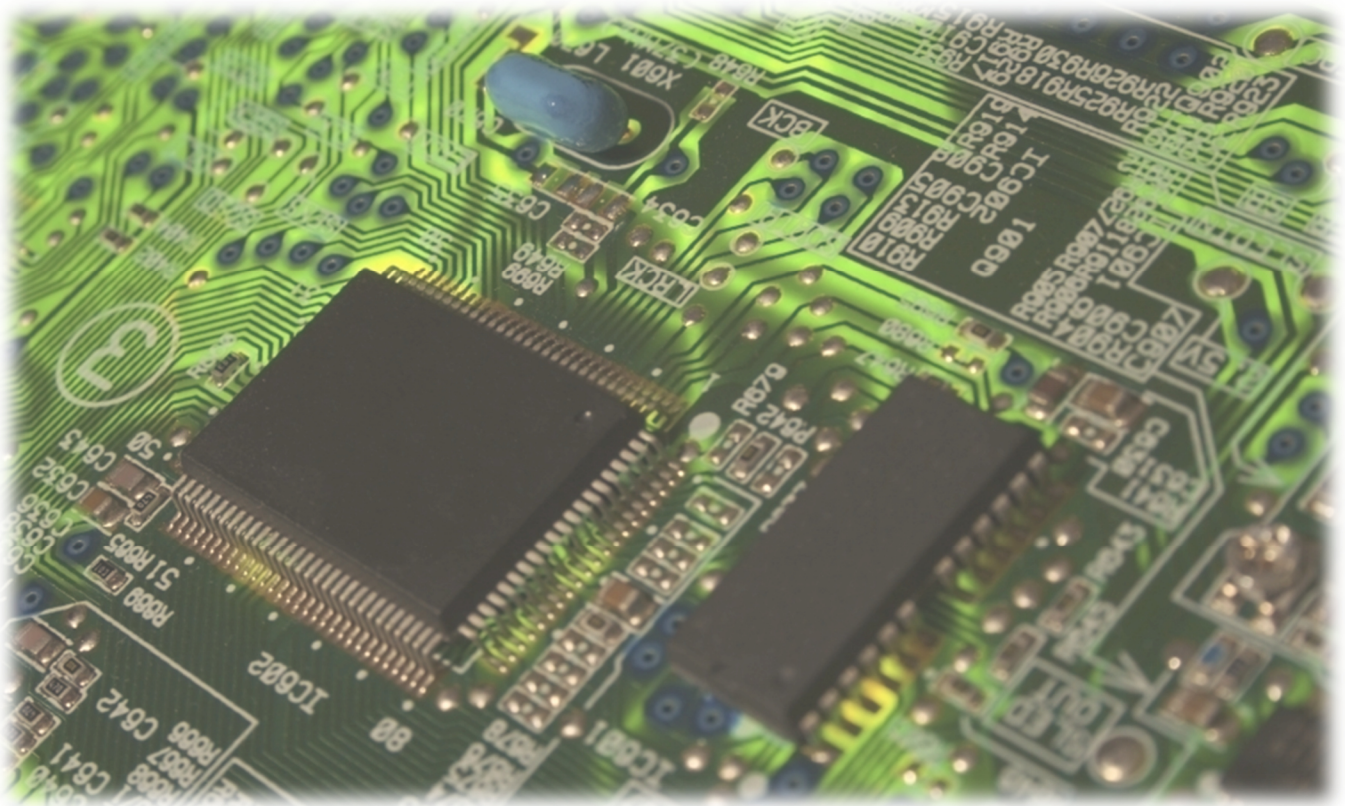




## RECUEIL DE TD ÉLECTRONIQUE





# RÉPONSE TEMPORELLE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE / STABILITÉ

## 1. Circuits RL et rC parallèles

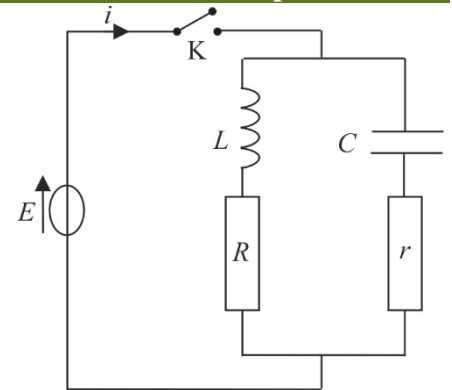
On considère le circuit ci-contre.

Initialement, le condensateur est déchargé et il n'y a pas de courant dans la bobine.

On ferme l'interrupteur K à  $t = 0$ .

- 1) Calculer  $i(t)$ .
- 2) À quelles conditions  $i$  est-il indépendant du temps ?
- 3) Tracer  $i(t)$  dans le cas général. On déterminera la valeur minimale de  $i$ .

**réponses :** 1)  $i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{r} e^{-\frac{t}{rC}}$  2)  $i$  indépendant du temps si  $R = r = \sqrt{\frac{L}{C}}$



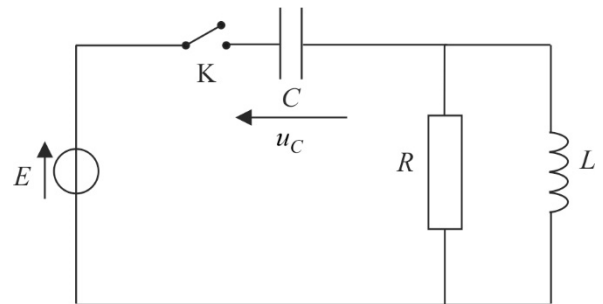
## 2. Circuit du second ordre en régime critique

On considère le circuit suivant. Pour  $t < 0$  le condensateur est déchargé et aucun courant ne circule dans la bobine. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur K.

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $u_C(t)$ . Montrer que ses solutions diffèrent selon la position de la résistance  $R$  par rapport à une valeur critique  $R_c$ . Donner l'expression de  $R_c$ .

- 2) En étudiant le circuit à  $t = 0^+$ , calculer  $u_C(0^+)$  et  $\frac{du_C}{dt}(0^+)$ .

En déduire  $u_C(t)$  si  $R = R_c$ . Tracer sa courbe représentative.

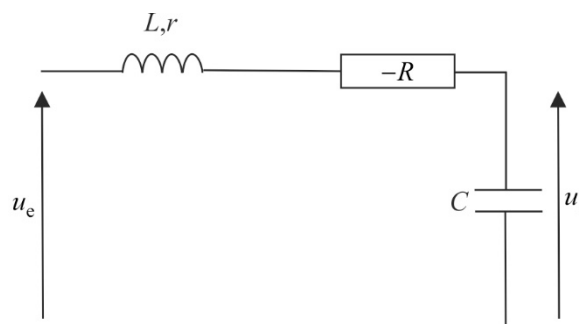


**réponses :** 2)  $u_C(t) = E \left[ 1 + \left( \frac{t}{2RC} - 1 \right) e^{-\frac{t}{2RC}} \right]$

## 3. Stabilité d'un circuit à résistance négative

- 1) La fonction de transfert d'un circuit du second ordre se met sous la forme  $H(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{a(j\omega)^2 + bj\omega + c}$ , avec  $P(j\omega)$  fonction polynomiale, et  $a > 0$ ,  $b \neq 0$  et  $c \neq 0$ . Prouver que le circuit est stable si et seulement si  $b$  et  $c$  sont positifs.

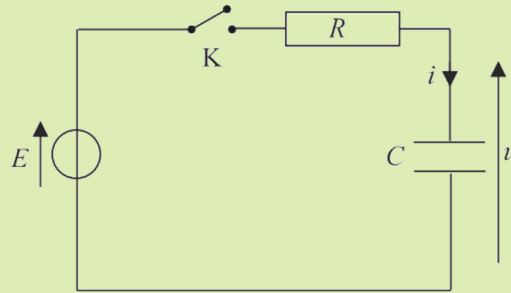
- 2) Calculer la fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$  du montage ci-dessous qui contient un circuit équivalent à un conducteur ohmique de résistance  $-R$  négative. Discuter de sa stabilité.



**réponses :** 2) stabilité si  $R < r$

#### 4. Bilan énergétique d'un circuit RC

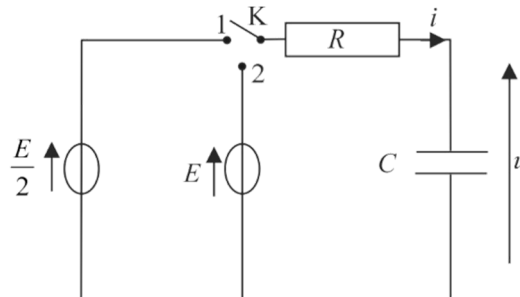
Pour  $t < 0$ , le condensateur du circuit ci-dessous est déchargé. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur K.



- 1) Calculer  $u(t)$  et  $i(t)$ . Tracer leurs courbes représentatives.
- 2) Quelle est l'énergie  $E_\infty$  contenue dans le circuit à  $t = +\infty$ . Calculer l'énergie  $\epsilon_E$  fournie par le générateur lorsque la charge est terminée. Déterminer de même l'énergie  $\epsilon_R$  dissipée par le conducteur ohmique. Effectuer alors le bilan énergétique.

Calculer le rendement énergétique  $\rho = \frac{E_\infty}{\epsilon_E}$  de la charge du condensateur.

- 3) Pour améliorer ce rendement, on réalise le montage ci-dessous.



À  $t = 0$ , le condensateur étant déchargé, on bascule l'interrupteur dans la position 1. Lorsque la charge sous la tension  $\frac{E}{2}$  est terminée, on bascule l'interrupteur sur la position 2.

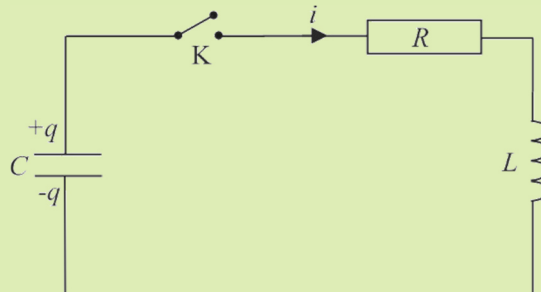
Calculer le rendement  $\rho'$  de la charge du condensateur.

Comment procéder pour faire tendre vers 1 le rendement de la charge du condensateur ?

*réponses :* 2)  $\rho = \frac{1}{2}$  3)  $\rho' = \frac{2}{3}$

#### 5. Étude d'un circuit RLC faiblement amorti / portrait de phase

Le condensateur du circuit ci-dessous est initialement chargé ( $q = q_0$ ), et on ferme à  $t = 0$  l'interrupteur K.



- 1) Établir l'équation différentielle régissant  $q(t)$ .

La mettre sous la forme canonique  $\frac{d^2q}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ . Calculer  $\sigma$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

Le régime est faiblement amorti si  $\sigma \ll 1$ , montrer que cette condition correspond à  $R \ll R_0$  et calculer  $R_0$  en fonction de  $L$  et  $C$ .

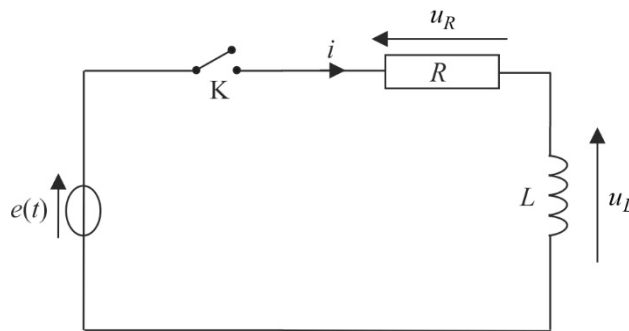
Cette condition est supposée remplie dans la suite.

- 2) Montrer alors que  $q \approx q_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos \omega_0 t$  et  $i \approx \omega_0 q_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \sin \omega_0 t$ , où  $\tau$  est une constante à déterminer en fonction de  $L$  et  $R$ .  
Montrer, en éliminant les termes sinusoidaux entre  $i$  et  $q$ , que l'on obtient une relation de la forme  $\frac{q^2}{\alpha^2} + \frac{i^2}{\beta^2} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $\omega_0$  et  $q_0$ .
- 3) On s'intéresse à la courbe  $\frac{i}{\beta} = f\left(\frac{q}{\alpha}\right)$  dans le cas idéal  $R = 0$ . Montrer que cette courbe est parcourue périodiquement (période  $T$  à calculer en fonction de  $\omega_0$ ) ; la tracer et indiquer par des flèches le sens dans lequel elle est parcourue. Représenter les points  $A, B$  et  $C$  correspondant aux dates  $t = 0, t = \frac{T}{4}$  et  $t = \frac{T}{2}$ .
- 4) A partir de maintenant, on a  $R \ll R_0$ , mais différent de 0. Représenter les points  $A', B', C'$  et  $D'$  de la courbe  $\frac{i}{\beta} = f\left(\frac{q}{\alpha}\right)$  correspondant aux dates  $t = 0, t = \frac{T}{4}, t = \frac{T}{2}$  et  $t \rightarrow +\infty$ . En déduire l'allure de la courbe (la tracer sur le même graphe que la précédente). Proposer un montage expérimental permettant de visualiser cette courbe à l'écran d'un oscilloscope.
- 5) Montrer que l'énergie  $\epsilon$  du circuit vaut à la date  $t$  :  $E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Quelle est la signification physique de  $E_0$  ? de  $\tau$  ?  
Calculer l'énergie  $W(t)$  dissipée par le conducteur ohmique de résistance  $R$ , pendant une période  $T$  au voisinage de la date  $t$  (on pourra considérer, après justification,  $e^{-\frac{t}{\tau}} \approx Cte$  sur une période  $[nT, (n+1)T]$  entourant la date  $t$ ).  
Soit  $Q = 2\pi E(t) / W(t)$ , calculer  $Q$  en fonction de  $L, \omega_0$  et  $R$  et justifier son nom : facteur de qualité du circuit.

**réponses :** 1)  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ;  $\sigma = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$  ;  $R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  2)  $\tau = \frac{L}{R}$  ;  $\alpha = q_0$  ;  $\beta = q_0 \omega_0$  3) cercle de centre  $O$  de rayon 1 décrit dans le sens trigonométrique,  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$  4) spirale logarithmique qui converge vers  $O$  5)  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

## 6. Régime transitoire vers un régime sinusoïdal forcé / utilisation des transformées de Laplace

On considère le circuit ci-dessous. Le générateur délivre une tension sinusoïdale  $e(t) = E\sqrt{2} \cos \omega t$ .



L'interrupteur  $K$  est ouvert pour  $t < 0$  ; on le ferme à  $t = 0$ .

- 1) Étudier les fonctions de transfert  $H_1(j\omega) = \frac{u_R}{e}$  et  $H_2(j\omega) = \frac{u_L}{e}$ . Tracer les diagrammes de Bode correspondant. Donner le nom des filtres réalisés.
- 2) On pose  $\tan \varphi = \frac{L\omega}{R} = \omega\tau$ , avec  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ . Montrer à l'aide des transformées de Laplace que pour  $t > 0$  :
- $$u_R(t) = \frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \left[ \cos(\omega t - \varphi) - \cos \varphi e^{-\frac{t}{\tau}} \right].$$
- En déduire  $u_L(t)$ .
- 3) Calculer ces expressions dans le cas  $R = L\omega$  et tracer sur le même graphe les courbes  $e(t)$ ,  $u_R(t)$  et  $u_L(t)$ .
- 4) Retrouver à l'aide des fonctions de transfert les résultats du 3) en régime sinusoïdal forcé.

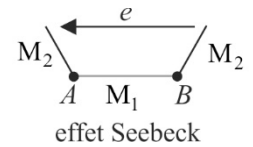
**réponses :** 3)  $u_R(t) = E \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\omega t} \right]$  ;  $u_L(t) = E \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\omega t} - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \right]$



# A.L.I / RÉTROACTION

## 1. Mesure de température avec un thermocouple

1) On peut mesurer une différence de température  $T_A - T_B$  en utilisant l'effet Seebeck. Celui-ci apparaît quand un fil métallique constitué par un métal  $M_1$  est soudé à ses deux extrémités  $A$  et  $B$  à un métal différent  $M_2$ . Si les deux soudures sont portées à des températures différentes  $T_A$  et  $T_B$ , on a, dans un domaine limité de températures, une différence de potentiel qui apparaît entre  $A$  et  $B$ , proportionnelle à  $T_A - T_B$  :  $e = V_A - V_B = \alpha(T_A - T_B)$ . On prendra ici  $\alpha = 40 \mu\text{V} \cdot \text{K}^{-1}$ .



La soudure  $B$  est plongée dans un bain de glace à  $0^\circ\text{C}$ . Montrer que pour mesurer des températures  $T_A$  de la soudure  $A$  comprises entre  $-10^\circ\text{C}$  et  $+30^\circ\text{C}$ , il est nécessaire d'amplifier la tension  $e$ .

Dessiner le montage amplificateur inverseur à A.L.I à deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  permettant cette amplification.

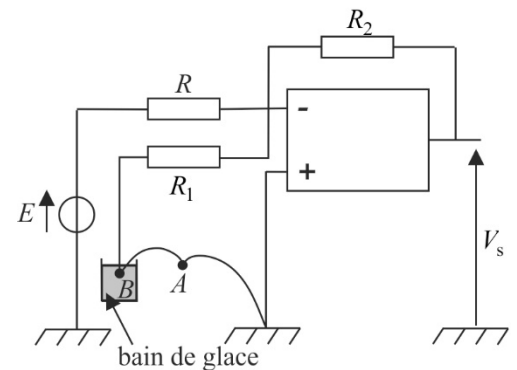
On prendra par la suite  $R_2 / R_1 = 10^4$ .

2) On tient compte de la tension de décalage  $V_d \approx 500 \mu\text{V}$  de l'A.L.I : tout se passe comme si l'A.L.I du montage inverseur précédent était idéal, mais qu'au lieu d'avoir  $V^+ = 0$ , on avait  $V^+ = V_d$  (une source de tension de f.e.m  $V_d$  est présente entre l'entrée + et la masse). Exprimer la tension de sortie  $V_s$  du montage précédent en fonction de  $e$ , de  $V_d$ , et des deux résistances  $R_1$  et  $R_2$ . Peut-on négliger l'influence de  $V_d$  ?

3) Pour améliorer la mesure, on réalise le montage ci-contre.

Donner l'expression de la tension  $E$  que l'on doit appliquer pour compenser l'effet de la tension de décalage.

On prend  $R = R_2$ . Donner les valeurs extrémales pour  $E$  et  $V_s$ . Expliquer comment on compense l'effet de la tension de décalage dans la pratique.

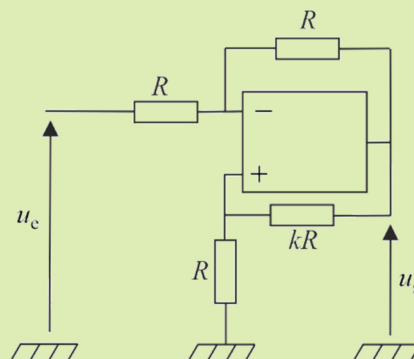


*réponses* : 2)  $V_s = \frac{R_2}{R_1} e + \left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] V_d$  3)  $E = \left[1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2}\right] V_d \approx 5 \text{ V}$  alors  $-4 \text{ V} \leq V_s = \frac{R_2}{R_1} e \leq 12 \text{ V}$

## 2. Stabilité d'un montage à A.L.I

On considère le montage ci-dessous où l'A.L.I est réel. L'amplification différentielle de l'A.L.I dépend de la fréquence ; elle est

modélisée par une fonction de transfert de type passe-bas :  $\mu = \frac{u_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau}$ , avec  $\varepsilon = V^+ - V^-$ .



1) Déterminer l'équation différentielle régissant  $u_s$ . En déduire la condition de stabilité du montage.

2) Donner un schéma-bloc fonctionnel du montage, calculer sa F.T.B.O.

3) L'A.L.I est maintenant supposé idéal. Donner la F.T.B.F du montage et la condition de stabilité.

Que se passe-t-il à la frontière entre stabilité et instabilité : a-t-on réalisé un oscillateur quasi-sinusoïdal ?

**réponses :** 1) stable si  $1 + \frac{\mu_0}{2} \frac{k-1}{1+k} > 0$  2) on peut prendre un schéma-bloc avec un accès de fonction de transfert  $\frac{u'_e}{u_e} = -\frac{1}{2}$ , puis

le comparateur, une chaîne directe  $\mu = \frac{u_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau}$  et une chaîne de retour  $\beta = \frac{u_r}{u_s} = \frac{k-1}{2(1+k)}$  3) stable si  $k > 1$ , saturation

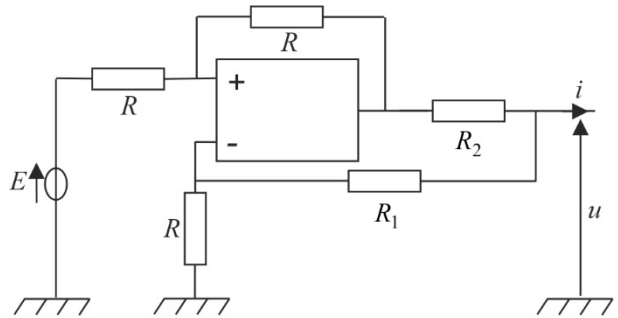
sinon, mais pas d'oscillations car F.T.B.F du premier ordre

### 3. Générateur idéal de courant

On considère le montage ci-contre. Calculer à l'aide du théorème de Millman l'intensité  $i$  en fonction de  $E$  et de  $u$ . À quelle condition sur les résistances peut-on réaliser ainsi un dipôle équivalent à un générateur idéal de courant ? Donner le schéma équivalent.

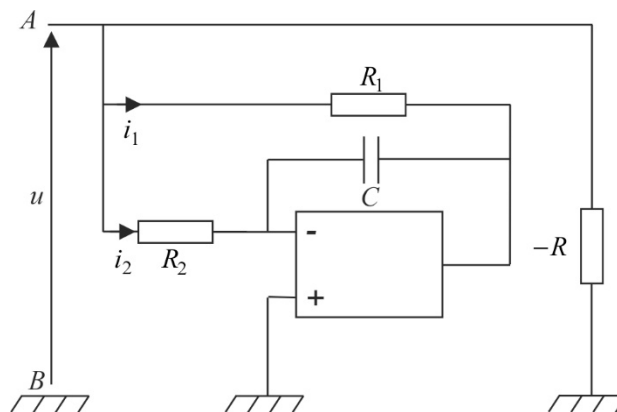
**réponses :**  $i = \frac{R - R_1 - R_2}{R_2(R + R_1)} u - \frac{E}{R_2}$  et est donc indépendant de  $u$  si

$$R = R_1 + R_2.$$



### 4. Simulation d'inductance

On considère le montage ci-dessous. «  $-R$  » est une résistance négative obtenue à partir d'un montage à A.L.I. On se place en régime sinusoïdal forcé.



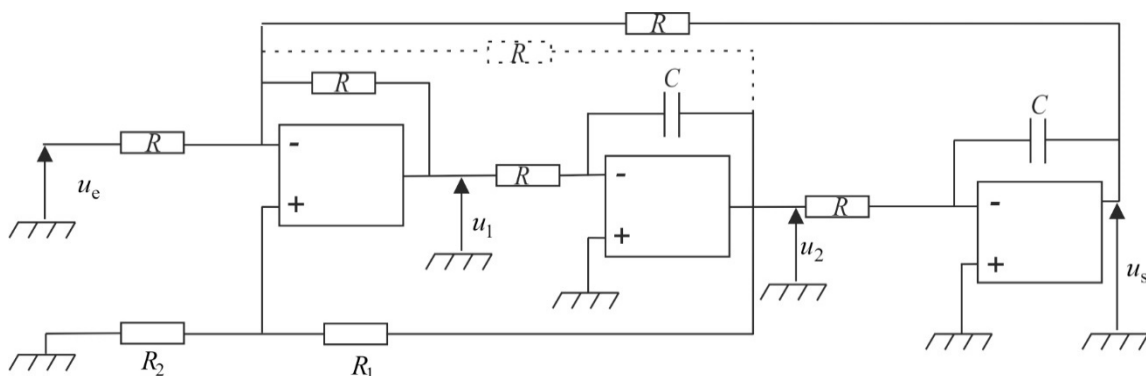
1) Montrer que le dipôle AB est équivalent à une bobine d'inductance  $L$  en parallèle avec des conducteurs ohmiques. Donner l'expression littérale de  $L$ .

2) Montrer qu'en choisissant convenablement la valeur de la résistance  $R$ , on simule une inductance pure. Quels sont les intérêts de ce montage ?

**réponses :** 1)  $L = R_1 R_2 C$  en parallèle avec  $R_1$ ,  $R_2$  et  $-R$  2) On a une inductance pure si  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

### 5. Filtre « universel » / stabilité

On considère le montage ci-dessous :



A.L.I / RÉTROACTION

1) Déterminer la relation entre  $\underline{u}_1$ ,  $\underline{u}_2$ ,  $\underline{u}_s$  et  $\underline{u}_e$ , ainsi que les relations entre  $\underline{u}_s$  et  $\underline{u}_2$  d'une part, et entre  $\underline{u}_2$  et  $\underline{u}_1$  d'autre part. On note  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  et  $a = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ .

2) Étudier les fonctions de transfert  $H_2 = \frac{u_2}{u_e}$ ,  $H_1 = \frac{u_1}{u_e}$ , et  $H_3 = \frac{u_s}{u_e}$ . Pourquoi peut-on parler de filtre « universel » ?

3) On rajoute, comme indiqué en pointillés sur le schéma, un conducteur ohmique de résistance  $R$  entre la sortie du deuxième A.L.I et l'entrée inverseuse du premier A.L.I.

Déterminer la nouvelle fonction de transfert  $H'_2 = \frac{u_2}{u_e}$ . Déterminer pour ce nouveau filtre l'équation différentielle liant  $u_e(t)$

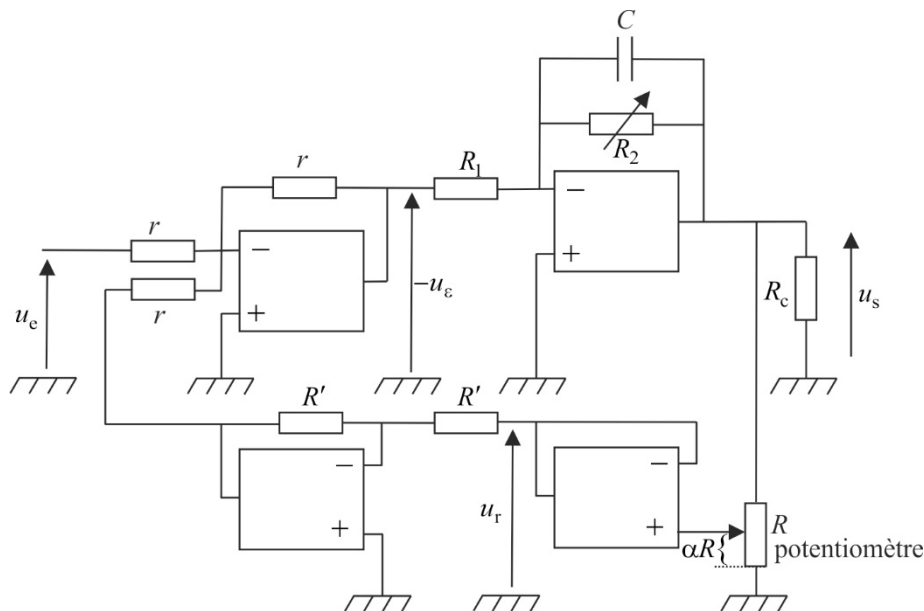
et  $u_2(t)$ . En déduire qu'il existe une condition sur  $a$  pour que le filtre soit stable. Que se passe-t-il si cette condition n'est pas réalisée ?

**réponses :** 2)  $H_1$  : passe-haut du second ordre,  $H_2$  passe-bande du second ordre,  $H_3$  passe-bas du second ordre 3) stabilité si

$$a > \frac{1}{4}$$

## 6. Rétroaction sur un filtre passe-bas du premier ordre

On considère le montage ci-dessous dans lequel tous les A.L.I sont idéaux.



1) Identifier la chaîne d'action, la chaîne de retour et le comparateur.

2) Calculer la fonction de transfert  $\mu(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$  de la chaîne d'action, son gain  $\mu_0$  dans la bande passante et sa fréquence de coupure  $f_0$ . Quel type de filtre réalise-t-elle ?

3) Calculer la fonction de transfert  $\beta(j\omega) = \frac{u_r}{u_s}$  de la chaîne de retour. Quel type de filtre réalise-t-elle ?

4) En déduire la F.T.B.F  $H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ , son gain  $H_0$  dans la bande passante et sa fréquence de coupure  $f'_0$ .

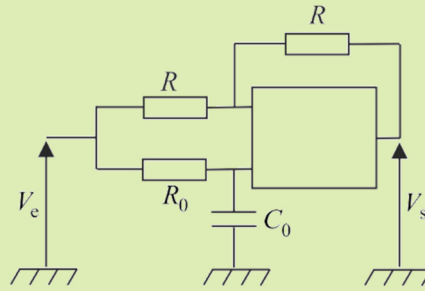
5) Étudier la stabilité du montage.

6) Comparer les produits gain  $\times$  largeur de bande passante et les graphes du gain en décibels de la chaîne directe et du montage bouclé. Conclure.

**réponses :** 2)  $\mu_0 = \frac{R_2}{R_1}$  ;  $f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$  3)  $\beta(j\omega) = \alpha$  5) montage stable

## 7. Déphaseur du premier ordre

- 1) Quelle est la fonction de transfert d'un système du premier ordre stable assurant un déphasage variant entre 0 en basses fréquences et  $-\pi$  en hautes fréquences, et dont le gain est unitaire à toutes fréquences ?
- 2) Obtenir grâce aux transformées de Laplace sa réponse à un échelon de tension.
- 3) On peut obtenir une telle fonction avec un montage à A.L.I ci-dessous :



On rappelle que le gain de l'A.L.I réel est de la forme  $\mu = \frac{V_s}{V^+ - V^-} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$ .

Placer les entrées inverseuse et non inverseuse sur le schéma du montage.

- 4) Montrer que l'on a bien le fonctionnement souhaité pour un A.L.I idéal. Déterminer alors  $V_s(0^+)$  pour un échelon de tension et commenter le résultat obtenu.

*réponses* : 1)  $H(j\omega) = \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$  2)  $s(t) = E_0 u(t) [1 - 2e^{-\omega_0 t}]$

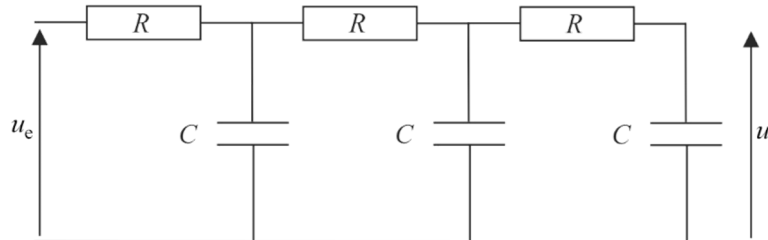




# RÉPONSE FRÉQUENTIELLE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

## 1. Filtres en cascade

On considère le circuit ci-dessous. On pose  $x = RC\omega$ .

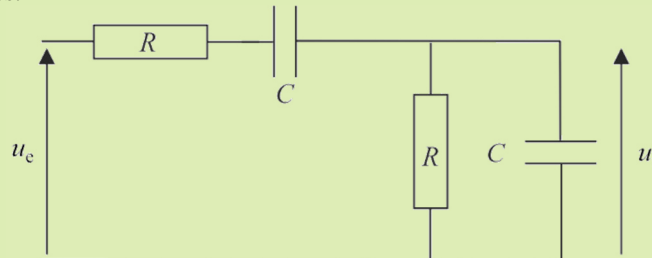


- 1) Calculer  $H(jx) = \frac{u_s}{u_e}$ . Que doit valoir  $x$  pour que les tensions  $u_s$  et  $u_e$  soient en opposition de phase ?
- 2) Calculer  $H'(jx)$  lorsqu'on interpose un montage suiveur entre les cellules RC. Tracer les diagrammes de Bode correspondant.

**réponses :** 1)  $H(jx) = \frac{1}{1 - 5x^2 + jx(6 - x^2)}$  réel négatif si  $x = \sqrt{6}$  et alors  $H(jx) = -\frac{1}{29}$  2)  $H'(jx) = \frac{1}{(1 + jx)^3}$  : multiplier par trois le gain en décibels et la phase du passe-bas du premier ordre

## 2. Filtre de Wien

On considère le circuit ci-dessous.



- 1) Déterminer l'équation différentielle qui relie  $u_s$  à  $u_e$  en régime quelconque. Quel est l'ordre du circuit ?
- 2) En déduire que la fonction de transfert  $H(jx) = \frac{u_s}{u_e}$  s'écrit  $H(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ , avec  $x = RC\omega$ . Déterminer  $H_0$  et  $Q$ .
- 3) On pose  $H(jx) = G(x)e^{j\varphi(x)}$ , étudier  $G(x)$  et  $\varphi(x)$  (étude asymptotique), déterminer les fréquences de coupure.
- 4) Calculer  $H\left(\frac{j}{x}\right)$ . Montrer que le diagramme de Bode du gain est symétrique par rapport à son axe des ordonnées. Montrer également que le diagramme de Bode du déphasage de  $u_s$  par rapport à  $u_e$  est symétrique par rapport à son origine. Tracer les diagrammes de Bode  $G_{dB} = 20 \log G(x)$  et  $\varphi(x)$  en fonction de  $\log x$ .
- 5) Déterminer la réponse à un signal d'entrée  $u_e(t) = E \left[ 1 + \cos\left(\frac{t}{RC}\right) + \cos\left(\frac{5t}{RC}\right) \right]$ .

**réponses :** 1)  $\frac{d^2 u_s}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{(RC)^2} = \frac{1}{RC} \frac{du_e}{dt}$ , ordre 2 2)  $H_0 = 1/3$ ,  $Q = 1/3$  3) passe-bande du second ordre de fréquences de coupure réduites  $\frac{\pm 3 + \sqrt{13}}{2}$

### 3. Filtre « retard pur »

Un tel filtre donne en sortie un signal retardé de  $\tau$  :  $u_s(t) = u_e(t - \tau)$ .

1) En raisonnant sur un signal d'entrée périodique quelconque de pulsation  $\Omega$ , montrer que la fonction de transfert d'un tel filtre vaut  $H(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$ . Peut-on la réaliser avec des composants linéaires ?

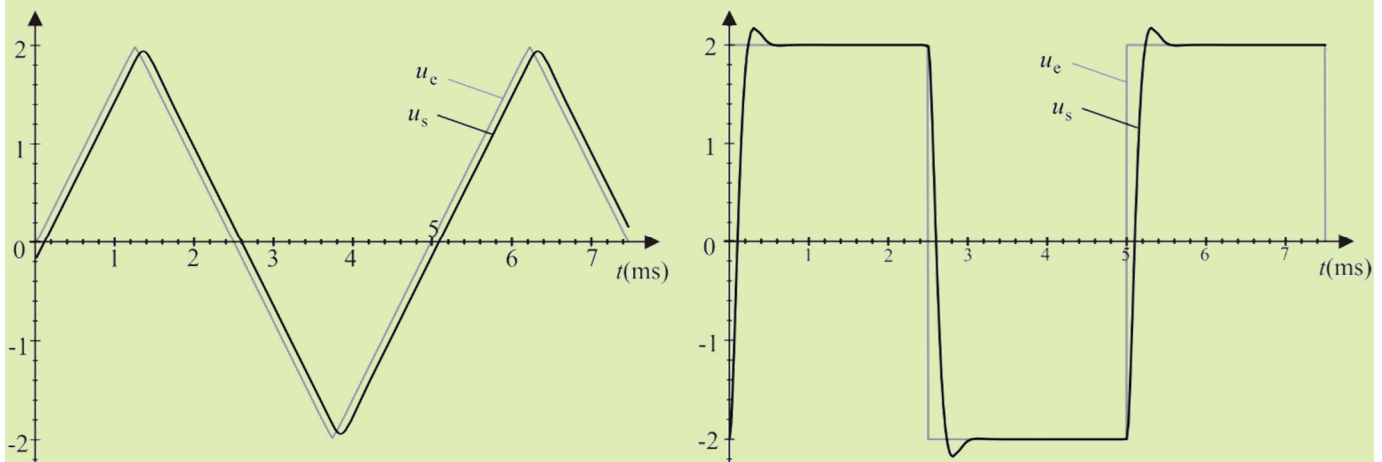
2) On considère que le développement limité à l'ordre 2 :  $x \mapsto 1 + x + \frac{x^2}{2}$  donne une bonne approximation de  $x \mapsto e^x$  pour  $0 \leq x \leq 1$ . Justifier.

Montrer alors que l'on peut, une condition étant vérifiée pour la pulsation du signal d'entrée, utiliser un filtre passe-bas du second ordre qui approche le filtre « retard pur ».

3) Montrer qu'un filtre RLC série fait l'affaire. Où doit-on prélever la tension de sortie ?

Quelle doit être la valeur de  $R$  et de  $L$  pour avoir  $\tau = 0,1$  ms si  $C = 1 \mu\text{F}$  ? Quelle est alors la condition sur la fréquence  $f$  ?

4) On applique à l'entrée du filtre RLC précédent des tensions en triangles et en créneaux de 2 V d'amplitude et de fréquence  $f_0 = 200$  Hz. Commenter l'allure des tensions de sortie correspondante : peut-on considérer que la fonction désirée est obtenue de manière correcte ? Justifier en utilisant l'analyse de Fourier.



**réponses :** 2) il faut  $\omega\tau < 1$  3)  $R = \frac{\tau}{C} = 100 \Omega$  ;  $L = \frac{\tau^2}{2C} = 5 \text{ mH}$  4) les harmoniques non « retardés » sont négligeables en sortie pour les triangles, pas pour les créneaux

### 4. Filtrage d'un signal en créneaux

On considère un filtre de fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$ .

1) Donner un exemple de circuit permettant de réaliser un tel transfert de tensions.

2) On constate que la réponse de ce filtre à une tension  $u_e$  en créneau de pulsation  $\Omega = 10\omega_0$  et de valeur comprise entre 0 et  $E_0 = 1$  V est triangulaire.

Expliquer et déterminer complètement cette réponse (calcul de la valeur moyenne et de  $\Delta u_s = u_{s\text{max}} - u_{s\text{min}}$ ).

**réponses :** 2)  $\Delta u_s = \frac{\pi E_0}{20} \approx 0,16 \text{ V}$ .

### 5. Réponse d'un filtre coupe-bande à un signal en créneaux

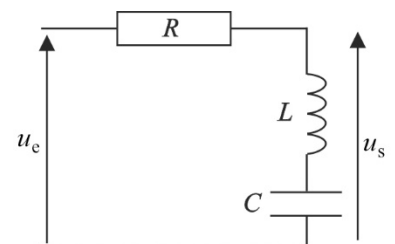
On étudie le filtre ci-contre.

1) Montrer que sa fonction de transfert s'écrit :  $H(jx) = \frac{1-x^2}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$ , avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ .

Déterminer le facteur de qualité  $Q$  et la valeur de  $\omega_0$ . Calculer, en fonction de  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$

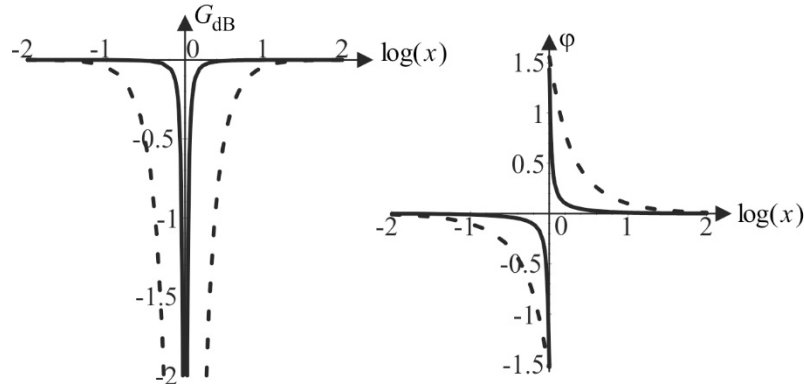
et de  $Q$ , la largeur  $\Delta f$  de la bande de fréquences coupée.

2) Retrouver rapidement, en étudiant le circuit, son comportement pour  $x \rightarrow 0$ ,  $x \rightarrow 1$  et  $x \rightarrow \infty$ .

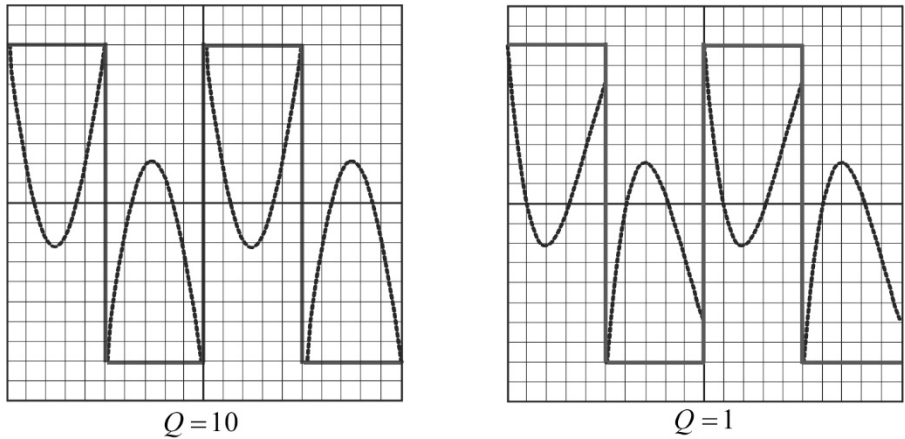


### RÉPONSE FRÉQUENTIELLE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

On donne ci-dessous les diagrammes de Bode du gain et de l'avance de phase  $\phi$  de  $u_s$  sur  $u_e$  pour  $Q = 1$  (en pointillés) et  $Q = 10$  (en traits pleins) :



- 3) Justifier l'allure de ces diagrammes en effectuant une étude asymptotique de  $H(jx)$ .
- 4) Pour  $L = 16 \text{ mH}$ , montrer que l'on peut choisir les valeurs numériques de  $R$  et  $C$  pour que la fréquence coupée soit  $f_0 = 1 \text{ kHz}$  avec  $Q = 10$  puis  $Q = 1$ .
- 5) Interpréter à l'aide de l'analyse de Fourier les réponses ci-dessous du filtre étudié à un signal en créneaux de fréquence  $f_0 = 1 \text{ kHz}$ .



On a une sensibilité verticale de  $0,25 \text{ V}$  par carreau en voie I (en traits pleins) et en voie II (en pointillés), et une base de temps de  $100 \mu\text{s}$  par carreau. Les zéros sont réglés au centre de l'écran.

On donne le développement en série de Fourier du signal d'entrée en créneaux de valeur maximale  $E$  :

$$u_e(t) = \frac{4E}{\pi} \left[ \cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \cos(5\omega_0 t) + \dots \right]. \text{ On donne également } \log 3 \approx 0,48 \text{ et } \log 5 \approx 0,70.$$

**réponses :** 1)  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  et  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ;  $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$  4)  $C = \frac{1}{L(2\pi f_0)^2} = 1,58 \mu\text{F}$  ;  $R = \frac{2\pi L f_0}{Q} = 10 \Omega$  ( $Q = 10$ ) ou  $100 \Omega$  ( $Q = 1$ ) 5) avec  $Q = 10$  on a  $u_s \approx u_e$  - fondamental ( $u_e$ ) ; avec  $Q = 1$ , on coupe le fondamental, et un peu les premiers harmoniques...

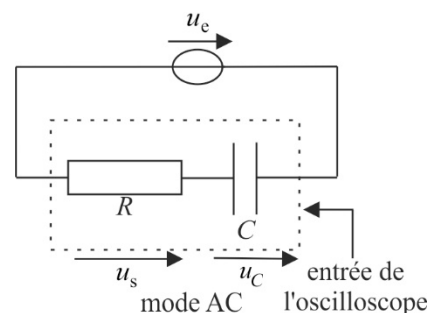
## 6. Mode AC d'un oscilloscope

En mode AC, l'entrée d'un oscilloscope est équivalente à une association série  $RC$ , avec  $R = 1 \text{ M}\Omega$  et  $C = 15,9 \text{ nF}$ , représentée ci-contre :

1) On note  $u_e$  la tension appliquée à l'oscilloscope. Calculer la fonction de transfert

$$H(jf) = \frac{u_s}{u_e}.$$

Tracer précisément les diagrammes de Bode du gain et de l'avance de phase de  $u_s$  sur  $u_e$  (on mettra  $\log f$  en abscisses).



On note  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ . Quelle est la signification de cette fréquence ? La calculer numériquement.

2) On considère un signal périodique de fréquence  $F$  envoyé à l'oscilloscope en mode AC. À quelle condition observe-t-on bien à l'écran de l'oscilloscope la partie fluctuante de ce signal (variations temporelles de valeur moyenne nulle) ?

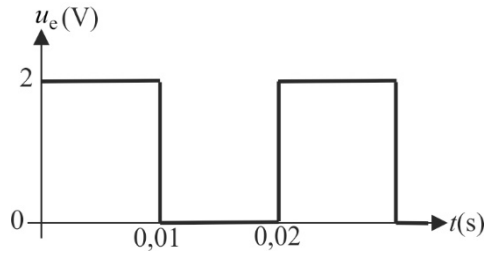
On applique la tension périodique  $u_e$  ci-contre :

3) On utilise tout d'abord une approche fréquentielle de la réponse. On donne le développement en série de Fourier du signal  $u_e$  :

$$u_e(t) = c_0 + \frac{4}{\pi} \left[ \sin(2\pi Ft) + \frac{1}{3} \sin(6\pi Ft) + \frac{1}{5} \sin(10\pi Ft) + \dots \right] \text{ (en volts).}$$

Calculer  $c_0$ . Calculer numériquement les premiers termes du développement en série de Fourier de  $u_s$  correspondant à ceux donnés pour  $u_e$  : peut-on considérer que l'on n'a fait que couper la composante continue du signal ?

4) On utilise une approche temporelle de la réponse. Déterminer l'équation différentielle liant  $u_s(t)$  à  $u_e(t)$ . On se place en régime établi :  $u_s(t)$  est alors périodique. Résoudre cette équation pour  $t \in \left] 0, \frac{T}{2} \right[$ , puis pour  $t \in \left] \frac{T}{2}, T \right[$ . Donner l'allure de  $u_s(t)$  et commenter.

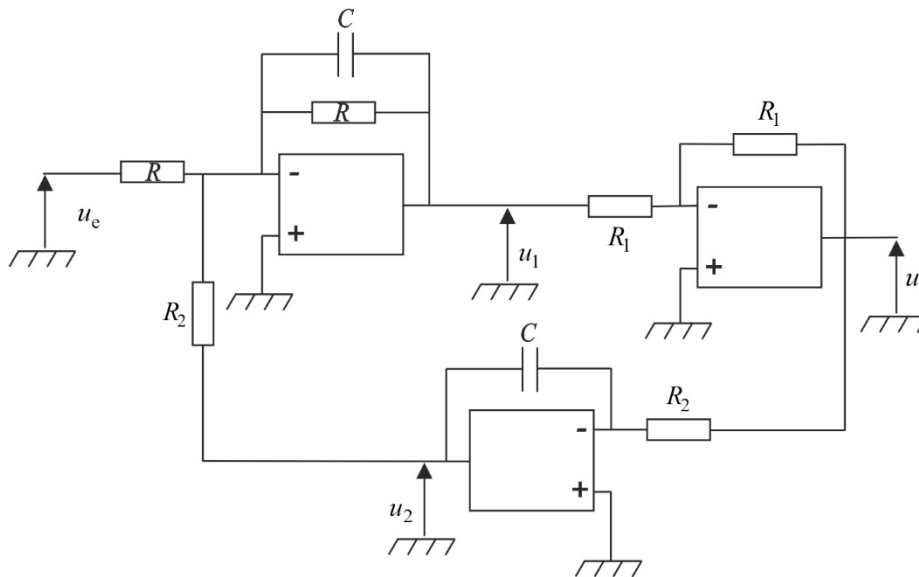


**réponses :** 3) fonction impaire de valeur moyenne  $c_0 = 1 \text{ V}$ ,  $G(F) = 0,981$ ,  $\varphi(F) = 11,3^\circ$  : le fondamental est affecté par le

filtre 4) la continuité de  $u_c$  entraîne  $u_s\left(\frac{T}{2}^+\right) = u_s\left(\frac{T}{2}^-\right) - 2E$  et  $u_s(T^+) = u_s(0^+) = u_s(T^-) + 2E$ , ce qui permet de calculer  $u_s(0^+)$  et  $u_s\left(\frac{T}{2}^+\right)$  ; on ne retrouve pas des créneaux sauf si  $F \gg f_c \Leftrightarrow T \ll \tau$

## 7. Filtrage sélectif

On considère le montage ci-dessous en régime sinusoïdal forcé.



1) Montrer que la relation entre  $u_1$ ,  $u_e$  et  $u_2$  se déduit d'un montage sommateur. Établir cette relation. Établir de même la relation entre  $u_s$  et  $u_1$  puis entre  $u_2$  et  $u_s$ .

2) En déduire que la fonction de transfert du montage vaut  $H(jx) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ , avec  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Calculer  $H_0$  et

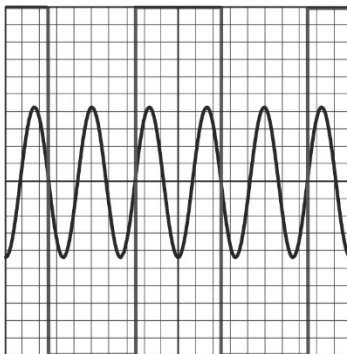
exprimer la pulsation  $\omega_0$  en fonction de  $R_2$  et  $C$ . Exprimer également  $Q$  en fonction de  $R$  et  $R_2$ .

3) On attaque ce filtre par une tension en créneaux dont on donne le développement en série de Fourier :

$$u_e(t) = \frac{4E}{\pi} \left[ \cos(\Omega t) - \frac{1}{3} \cos(3\Omega t) + \frac{1}{5} \cos(5\Omega t) + \dots \right].$$

### RÉPONSE FRÉQUENTIELLE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

On observe (figure ci-dessous) à l'oscilloscope  $u_e(t)$  en voie I et  $u_s(t)$  en voie II avec la même sensibilité verticale de 1 volt par carreau et une base de temps de  $100 \mu\text{s}$  par carreau.



Déterminer  $E$  et  $f_e = \frac{\Omega}{2\pi}$ .

Interpréter les caractéristiques du signal de sortie  $u_s(t)$ . Représenter le spectre de  $u_e$  donnant l'amplitude de chaque terme du développement en fonction de  $\omega$ , et, sur le même graphe, la courbe du gain  $G = |H(j\omega)|$ . Que penser de la valeur de  $Q$  ?

Déterminer  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ .

On donne  $R = 10 \text{ k}\Omega$  ;  $C = 530 \text{ nF}$ . Déterminer  $R_2$ . En déduire la valeur numérique de  $Q$ . Conclure.

**réponses :** 2)  $H_0 = 1$  ;  $Q = \frac{R}{R_2}$  ;  $\omega_0 = \frac{1}{R_2 C}$  3)  $f_0 = 3f_e = 3 \text{ kHz}$  ;  $R_2 = 100 \Omega$  ;  $Q = 100$



# ÉLECTRONIQUE NUMÉRIQUE

## 1. Le CD audio 📀 🎧

Sa première commercialisation a eu lieu en 1982. Sa durée maximale est de 74 min et a été choisie afin que la plus longue symphonie de Beethoven, la neuvième (interprétation dirigée par Wilhelm Furtwängler en 1951 au festival de Bayreuth), loge sur un seul CD ! La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 44 100 Hz. Il y a deux signaux enregistrés pour une reproduction en stéréo et chaque échantillon est codé sur 16 bits.

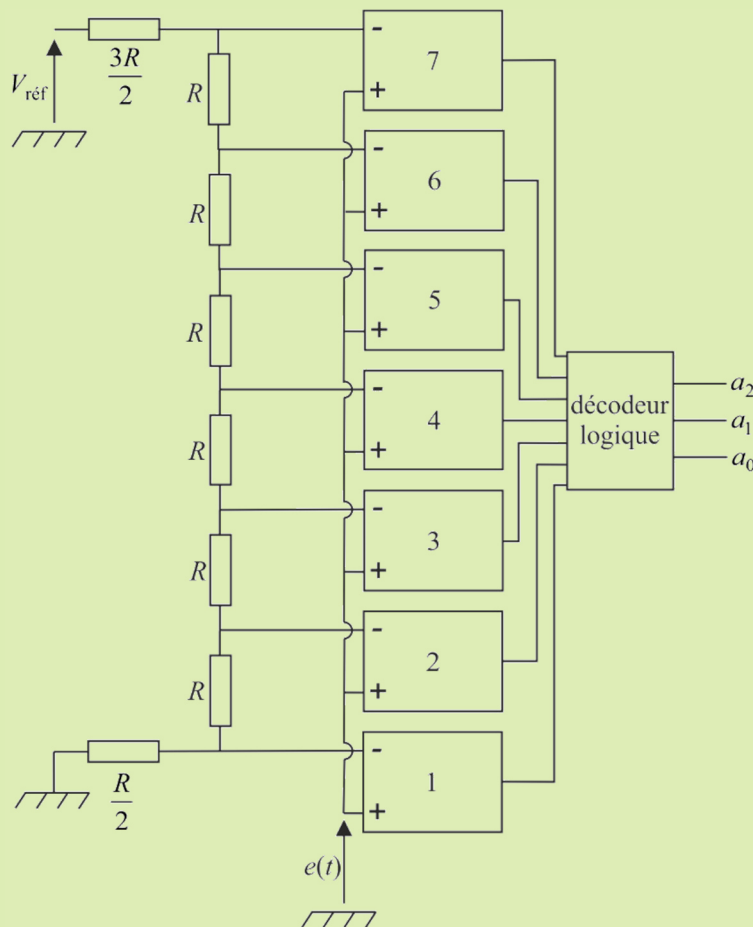
- 1) Quelle doit être la capacité maximale d'un CD en Mo ?
- 2) Le spectre sonore va de 20 Hz à 20 kHz. Les microphones captent sur un domaine de fréquences plus grand. Quelles fréquences captées par le microphone sont-elles susceptibles d'être repliées dans le domaine sonore ?
- 3) Quelle opération doit être effectuée avant l'échantillonnage ? Pourquoi a-t-on choisi  $f_e = 44100$  Hz et pas 40 kHz ?

réponses : 1) 783 Mo

## 2. Convertisseur analogique → numérique flash 3 bits 📀 🎧 🎧

Le but du système ci-dessous est de transformer un signal analogique  $e(t)$  en un signal binaire. La tension  $e(t)$ , qui varie entre 0 et 8 V, est envoyée sur 7 A.L.I en parallèle. Le potentiel de référence vaut  $V_{\text{réf}} = 8,0$  V.

Le décodeur binaire envoie la sortie numérique sur 3 bits :  $s = (a_2 a_1 a_0)_2$ , avec  $a_0, a_1$  et  $a_2 \in \{0, 1\}$  ; par exemple  $s = (101)_2$ .



- 1) Déterminer sous forme de tableau la tension de sortie de chaque A.L.I selon la valeur de  $e$ .
- 2) Tracer la courbe donnant la sortie numérique  $s$  en fonction de l'entrée analogique  $e$ . De quel type de quantification s'agit-il ?
- 3) Combien d'A.L.I faudrait-il pour quantifier un signal sonore sur 16 bits afin d'enregistrer un CD audio. Commenter.

réponses : 1) par exemple 011 si  $2,5 \text{ V} < e(t) < 3,5 \text{ V}$  2) quantification linéaire centrée

### 3. Convertisseur numérique → analogique 🐦 🐦 🐦

Le but d'un tel système est de transformer un signal binaire issu d'un ordinateur en un signal analogique.

1) Un « bit » est un signal numérique élémentaire contenant l'information « 0 » ou « 1 ». Un « octet » est un ensemble de 8 bits.

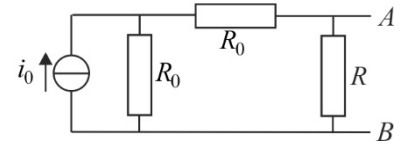
Un signal analogique est codé en binaire de la manière suivante : si  $N$  est un entier,  $N = \sum_{j=0}^b \lambda_j 2^j$  avec  $\lambda_j = 0$  ou  $1$ , et  $b+1$

le nombre de bits nécessaires pour coder  $N$ . Que vaut  $N$  si son code binaire est  $\underset{\lambda_7 \lambda_6 \lambda_5 \lambda_4 \lambda_3 \lambda_2 \lambda_1 \lambda_0}{1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1}$  ?

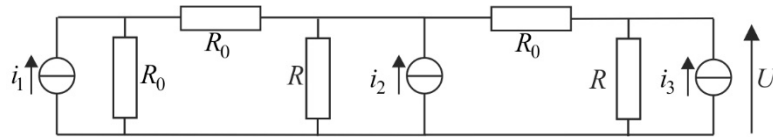
2) On considère le dipôle  $AB$  ci-contre. Quelle doit être la valeur de  $R$  pour que la résistance du générateur de courant équivalent à  $AB$  soit  $R_0$  ?

On supposera que  $R$  est fixée à cette valeur par la suite.

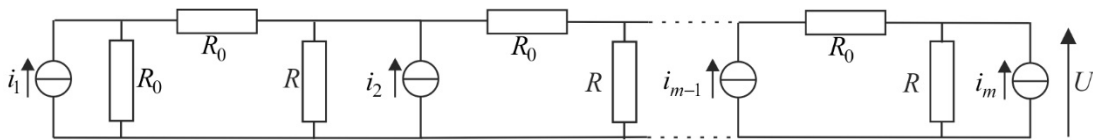
Déterminer le courant électromoteur  $i_{AB}$  de ce générateur.



3) Par transformations successives du circuit suivant, déterminer  $U$  en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  et  $R_0$ .



4) Dans le circuit suivant, déterminer  $U$  en fonction des  $i_k$ ,  $k \in \llbracket 1, m \rrbracket$  et de  $R_0$  :



On a  $i_k = \varepsilon_k i_0$ , avec  $\varepsilon_k = 0$  ou  $1$ . Exprimer  $U$  en fonction des  $\varepsilon_k$ ,  $k \in \llbracket 1, m \rrbracket$ , de  $R_0$  et de  $i_0$ .

5) Soit un entier  $N$  codé en binaire,  $N = \sum_{j=0}^b \lambda_j 2^j$ , comment choisir les  $\varepsilon_k$ , avec  $k \in \llbracket 1, m \rrbracket$ , et  $m$ , pour que  $U$  soit proportionnel à  $N$  ? Que vaut le coefficient de proportionnalité ? Comment procéder en pratique ?

**réponses :** 2)  $R = 2R_0$  ;  $i_{AB} = \frac{i_0}{2}$  3)  $U = R_0 \left[ \frac{i_1}{4} + \frac{i_2}{2} + i_3 \right]$  4)  $U = R_0 \sum_{k=1}^m \frac{i_k}{2^{m-k}}$  5)  $\varepsilon_k = \lambda_{k-1}$  ;  $m = b+1$ , alors  $U = \frac{NR_0 i_0}{2^b}$

### 4. Bonne utilisation d'un oscilloscope numérique 🐦 🐦

On fournit quelques données sur un oscilloscope :

— fréquence maximale d'échantillonnage : 2GS/s (soit 2 GHz : S/s signifie « échantillon par seconde »)

— taille d'un échantillon : 1 octet

— taille de la mémoire : 2 Mo

— format de l'écran : 10 divisions verticales, 8 divisions horizontales.

1) Quelle gamme de sensibilités horizontales doit-on utiliser pour que la fréquence d'échantillonnage soit de 2 GHz ?

2) On envoie un signal sinusoïdal de fréquence 100 MHz et d'amplitude 6,25 V.

Quelle base de temps utiliser pour qu'il soit bien échantillonné ?

Quelle sensibilité verticale en V/div doit-on utiliser pour que la quantification induise une incertitude de moins de 1% sur la mesure de l'amplitude ?

**réponses :** 1) il faut une sensibilité inférieure à 100  $\mu$ s/div, donc observer le signal sur une durée < 1 ms 2) il faut une sensibilité inférieure à 1 ms/div et une sensibilité verticale inférieure (en fait égale) à 2 V/div

### 5. Multiplexage temporel téléphonique 🐦 🐦

On fournit quelques données techniques sur les transmissions téléphoniques : bande passante du signal à coder : de 300 Hz à 3400 Hz ; fréquence d'échantillonnage : 8000 Hz ; quantification sur 8 bits ; nombre de communications à transmettre simultanément : 30 + 2 signaux (« verrouillage de trame » et « signalisation »).

1) Quelles sont les fréquences perçues par l'oreille ? Que penser de la qualité spectrale du signal sonore transmis ?

2) La numérisation introduit un bruit de quantification, or la dynamique d'une communication téléphonique peut atteindre 40 dB. Déterminer le rapport minimal signal / bruit dans le cas d'une quantification uniforme.

Afin d'améliorer le rapport signal/bruit des signaux faibles on utilise un pas de quantification différent pour les faibles amplitudes et les fortes. Dans quel cas doit-il être réduit ? Justifier.

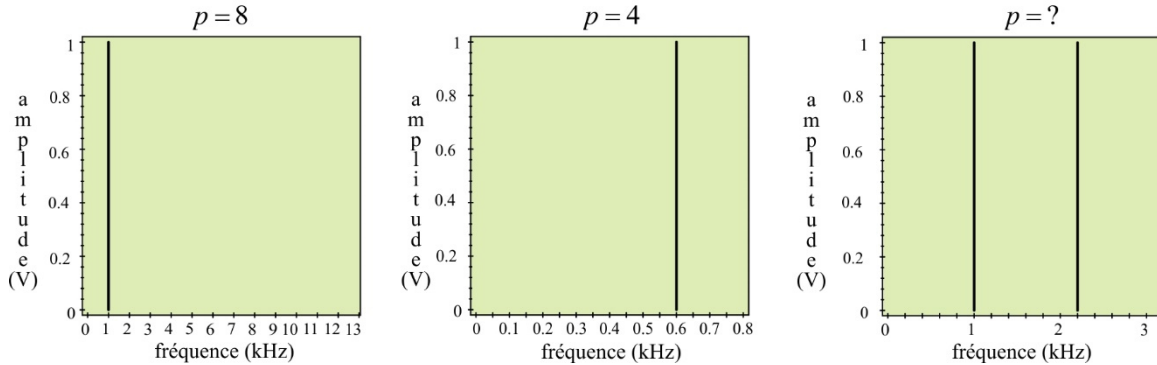
3) Déterminer le débit (en Mbits/s) des communications téléphoniques.

**réponses :** 2) rapport minimal signal / bruit de 2,56 3) 2,05 Mbits / s

## 6. F.F.T d'un signal sinusoïdal 🐦 🐦

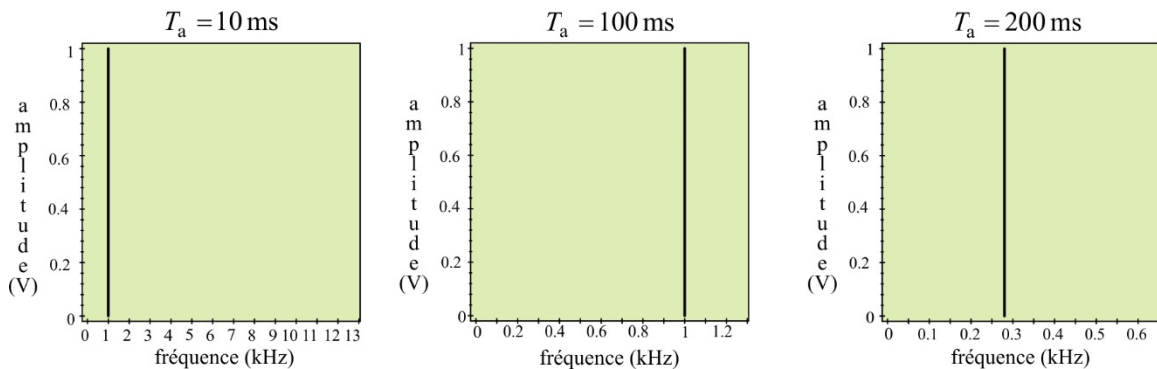
On effectue plusieurs essais d'analyse spectrale d'un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz et d'amplitude 1V. Il y a  $N = 2^p$  échantillons prélevés pendant une durée  $T_a$ .

1) On fixe  $T_a = 10$  ms et on fait varier  $p$  :



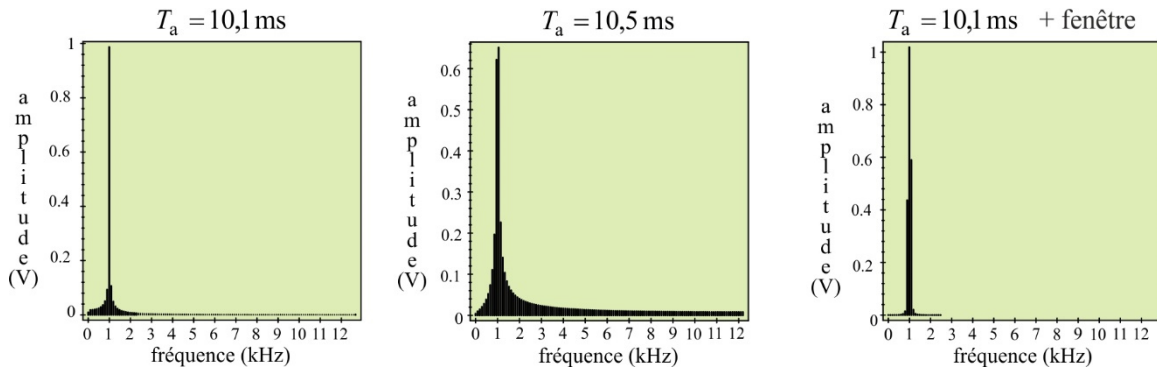
Interpréter les spectres affichés. Trouver la valeur de  $p$  manquante.

2) On fixe  $p = 8$  et on fait varier  $T_a$  :



Calculer à chaque fois la résolution fréquentielle et interpréter les spectres affichés.

3) On fixe  $p = 8$  et on fait varier légèrement  $T_a$ .

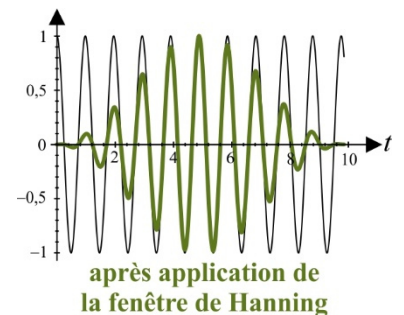


Dans le troisième cas on a appliqué une fenêtre de Hanning dont l'effet sur le signal temporel est donné sur la figure ci-contre. Interpréter les spectres affichés.

4) Conclure sur l'attitude à adopter pour afficher le spectre le plus proche du « vrai » spectre du signal dans les deux cas suivants :

— oscilloscope numérique : le nombre de points est fixe ( $N = 2^{11} = 2048$ ), l'analyse est faite sur les 8 divisions centrales, le fenêtrage est performant.

— logiciel d'acquisition : on peut choisir le nombre de points, la durée d'acquisition puis affiner en définissant la portion de courbe à analyser (point de départ et point d'arrivée).



**réponses :** 1)  $p = 4$  : repliement 2) amélioration de la résolution si  $T_a \uparrow$  mais attention au repliement si  $N$  reste constant

3) discontinuités de la périodisée





# SYSTÈMES NON LINÉAIRES / MODULATION-DÉMODULATION

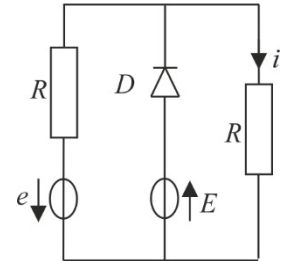
## ● Régime stationnaire

### 1. Théorème de Millman

1) Déterminer l'intensité  $i$  en appliquant le théorème de Millman. La diode  $D$  considérée présente une tension de seuil  $U_s$  et une résistance dynamique  $\rho$  constante lorsqu'elle est passante.

*réponses* : 1) la diode est passante si  $E \geq U_s - \frac{e}{2}$ , et alors  $I = \frac{1}{R} \frac{R(E - U_s) - \rho e}{2\rho + R}$  ; la diode est

bloquée si  $E \leq U_s - \frac{e}{2}$ , et alors  $I = -\frac{e}{2R}$



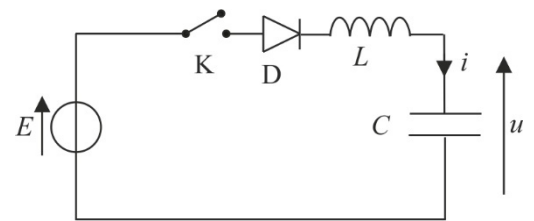
## ● Régime transitoire

### 2. Doubleur de tension

On considère le circuit ci-dessous. La diode  $D$  est idéale. Pour  $t < 0$ , le condensateur est déchargé. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

1) Calculer  $u(t)$  et  $i(t)$  pour  $t > 0$ .

2) Tracer les graphes correspondants et justifier le nom du montage.



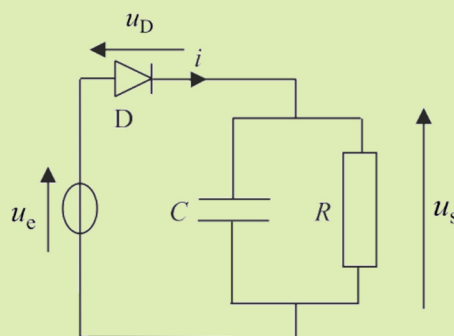
*réponses* : 1) Si  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ , on a pour  $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right]$  :

$u = E [1 - \cos(\omega_0 t)]$  et  $i = CE\omega_0 \sin(\omega_0 t)$  puis la diode est bloquée :  $u = Cte = 2E$  et  $i = 0$  2)  $u = 2E$  : « doubleur » de tension

## ● Régime périodique

### 3. Démodulation d'amplitude par détection de crêtes

On considère le montage ci-dessous.  $D$  est une diode idéale.



1) On prend d'abord  $R \rightarrow \infty$ . Donner les équations définissant l'évolution de  $u_s(t)$  dans les deux cas suivants :

- diode  $D$  passante ;
- diode  $D$  bloquée.

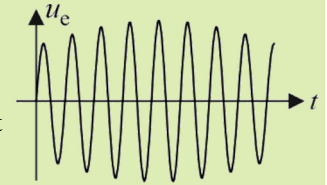
On précisera à chaque fois la condition sur  $u_e(t)$  de rupture du régime étudié.

Donner la réponse à un signal d'entrée  $u_e(t) = U_0 \sin(\omega_p t)$  pour  $t > 0$  si on suppose que pour  $t < 0$  le condensateur est déchargé et que  $u_e(t) = 0$ .

Donner l'allure de la réponse à la tension  $u_e(t)$  ci-contre.

Quel nom peut-on donner au montage si  $R \rightarrow \infty$  ?

2) On prend maintenant  $R$  finie et  $u_e(t) = U_0 \sin(\omega_p t)$ .



Donner, sans résoudre les équations du système, la condition sur  $\tau = RC$  pour que la réponse soit quasiment la même que pour  $R \rightarrow \infty$ .

3) Le but est maintenant de démoduler un signal modulé en amplitude, à savoir :

$$u_e(t) = U_0 [1 + m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_p t) \text{ avec } \omega_p \gg \omega_m.$$

Un code Python **detecteur\_de\_cretes.py** est fourni. Il permet d'observer  $u_s(t)$  sur une période  $T_m = \frac{2\pi}{\omega_m}$  du signal modulant.

On peut faire varier le taux de modulation  $m$  et la constante de temps  $\tau = RC$ .

Expliquer qualitativement pourquoi cette constante doit être plus petite qu'une certaine valeur  $\tau_{\max}$ . Une fonction Python **tauMax** (`omega_m, m`) permet de calculer cette valeur. On peut alors choisir une valeur de  $\tau$  supérieure ou inférieure à cette valeur.

Représenter sous Python  $u_s(t)$  dans les cas  $\tau > \tau_{\max}$  et  $\tau < \tau_{\max}$  (on peut zoomer pour voir si la démodulation est correctement réalisée). Faire varier le taux de modulation et commenter.

Sur quelles portions D est-elle passante ? bloquée ?

4) En déduire qu'afin de réaliser correctement la démodulation, D doit être passante à tout instant si on applique le signal :

$$u_e(t) = U_0 [1 + m \cos(\omega_m t)]. \text{ En déduire } \tau_{\max}.$$

On rappelle que l'on peut écrire  $a \cos(\omega_m t) - b \sin(\omega_m t) = \sqrt{a^2 + b^2} \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\omega_m t) - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(\omega_m t) \right]$ , et poser :

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}, \text{ puisque l'on a bien } \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1. \text{ On obtient finalement la relation :}$$

$$a \cos(\omega_m t) - b \sin(\omega_m t) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\omega_m t + \varphi).$$

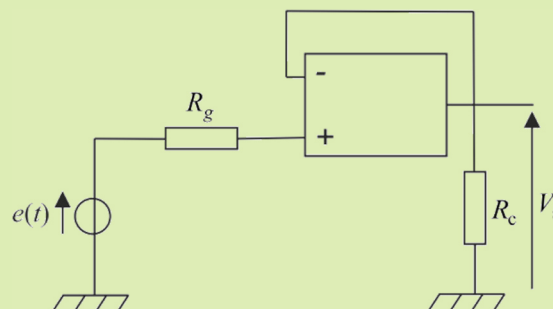
5) Conclure sur les conditions que doit vérifier  $\tau$  pour obtenir une démodulation correcte. Quelle limitation a-t-on avec cette méthode sur le taux de modulation  $m$  ?

Que reste-t-il à faire pour obtenir le signal démodulé  $u'_s(t) = U_0 m \cos(\omega_m t)$  ?

*réponses* : 1) détecteur absolu de crêtes. 2) il faut  $\tau \gg T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$  3)  $\tau_{\max} = \frac{\sqrt{1-m^2}}{m\omega_m}$

#### 4. Défauts de l'A.L.I et analyse spectrale

On considère le circuit ci-dessous comportant un A.L.I. Le circuit est alimenté par un G.B.F. de f.e.m  $e(t) = E \sin(2\pi ft)$  et de résistance interne  $R_g$ . L'amplificateur est chargé par une résistance  $R_c$ .



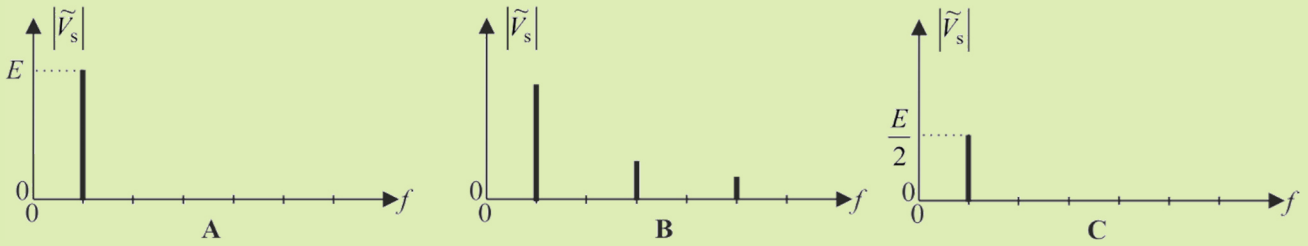
1) En l'absence de défauts de l'amplificateur opérationnel, déterminer  $V_s(t)$ . Quel est l'intérêt de ce montage ?

2) On enregistre la tension  $V_s(t)$  aux bornes de  $R_c$ , et on en fait l'analyse de Fourier, pour différentes valeurs de  $f$ ,  $E$  et  $R_c$ .

Avec  $R_c = 10 \text{ k}\Omega$ , on réalise successivement l'expérience pour :

- Expérience 1 :  $E = 20 \text{ V}$  et  $f = 1 \text{ kHz}$  ;
- Expérience 2 :  $E = 1 \text{ V}$  et  $f = 1 \text{ kHz}$  ;
- Expérience 3 :  $E = 1 \text{ V}$  et  $f = 1 \text{ MHz}$

On obtient trois spectres A, B C représentés sur la figure ci-dessous.



Relier chaque expérience à chaque spectre et interpréter.

Pour le spectre B, interpréter l'absence de composante continue.

On rappelle que le gain de l'A.L.I est de la forme  $\mu = \frac{V_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{f}{f_c}}$ . On a ici  $\mu_0 = 10^5$ . Déduire la valeur numérique de  $f_c$  de l'un des spectres.

3) Avec  $E = 10 \text{ V}$  et  $f = 1 \text{ kHz}$ , des harmoniques apparaissent dans le spectre de  $V_s(t)$  lorsque  $R_c < 500 \Omega$ . Interpréter et quantifier le défaut qui intervient.

4) Avec  $E = 10 \text{ V}$  et  $R_c = 10 \text{ k}\Omega$ , des harmoniques apparaissent dans le spectre de  $V_s(t)$  lorsque  $f > 250 \text{ kHz}$ . Interpréter et quantifier le défaut qui intervient.

réponses : 2)  $f_c = 5,8 \text{ Hz}$  3)  $I_{s, \max} = 20 \text{ mA}$  4) slew-rate  $\sigma = 16 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$

## 5. Redressement idéal

On considère le montage ci-contre.

La diode  $D$  possède une tension de seuil  $V_d = 0,6 \text{ V}$ .

La tension de sortie des A.L.I est comprise entre  $V_{\text{sat}}^- \approx -14 \text{ V}$  et  $V_{\text{sat}}^+ \approx 14 \text{ V}$ .

1) On cherche la relation entre  $u$  et  $u_e$ .

— On suppose la diode bloquée : il n'y a pas de rétroaction entre la sortie du premier amplificateur opérationnel et son entrée inverseuse. En déduire la valeur de  $v$  et de  $\varepsilon$ . Quelle est alors la valeur de  $u$  et pour quelles valeurs de  $u_e$  l'hypothèse est-elle vérifiée ?

— On suppose la diode passante : il y a rétroaction entre la sortie du premier amplificateur opérationnel et son entrée inverseuse et l'A.L.I est donc en régime linéaire. En déduire la valeur de  $v$ .

Pour quelles valeurs de  $u_e$  l'hypothèse est-elle vérifiée ?

— Montrer que cette première partie du montage réalise l'opération « partie positive » :  $u = 0$  si  $u_e \leq 0$  et  $u = u_e$  si  $u_e \geq 0$ .

2) On applique le signal  $u_e(t) = E \cos \Omega t$ . On donne le développement en série de Fourier du signal de sortie  $u(t)$  :

$$u(t) = \frac{E}{\pi} + \frac{E}{2} \cos(\Omega t) + \frac{2E}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{4p^2 - 1} \cos[2p\Omega t] = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos[n\Omega t + \psi_n].$$

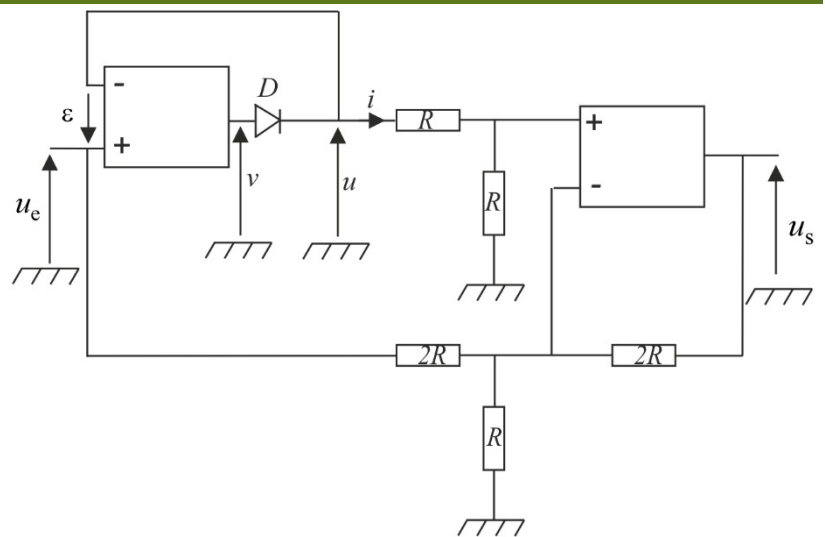
$$\frac{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} c_n^2}$$

On définit le taux de distorsion harmonique  $TDH$  du système par  $TDH = \frac{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} c_n^2}$ . Donner sa valeur approchée en dB.

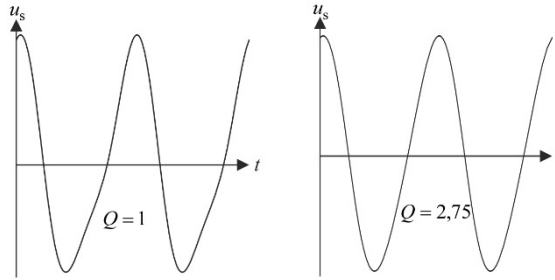
3) Déterminer les caractéristiques d'un filtre passe-bande du second ordre pour que, mis en cascade avec l'opérateur précédent, il restitue un signal de sortie  $u_s(t)$  égal à  $u_e(t)$ . On utilisera deux critères différents :

— une harmonique de la tension de sortie est négligée si elle se trouve hors de la bande passante du filtre ;

— une harmonique de la tension de sortie est négligeable devant son fondamental si son amplitude est au moins 10 fois inférieure.



On donne ci-dessous les réponses correspondant à  $Q=1$  et  $Q=2,75$ . Commenter.



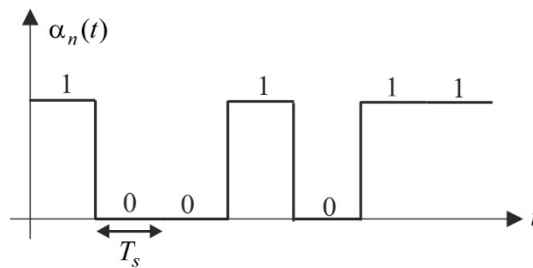
4) On cherche la relation entre  $u_s$ ,  $u$  et  $u_e$ . Déterminer cette relation en appliquant le théorème de Millman aux entrées « + » et « - » du deuxième A.L.I., qui fonctionne en régime linéaire.  
En déduire la relation entre  $u_s$  et  $u_e$ . Tracer  $u_s$  en fonction de  $u_e$ , quelle est l'opération réalisée ?

**réponses :** 1)  $u = u_e$  si  $u_e \geq 0$  ;  $u = 0$  si  $u_e \leq 0$  2)  $TDH = \frac{\pi^2 - 8}{2\pi^2 - 8}$  (utiliser le théorème de Parseval) ;  $TDH_{dB} \approx -8$  dB 3) Il faut ne conserver que l'harmonique de rang 1  $\Rightarrow \omega_0 = \Omega$  avec  $H_0 = 2$ . Avec le critère à 3dB, il faut une bande passante plus petite que  $\Omega \Rightarrow Q > 1$ . Avec le critère de l'énoncé, il faut  $Q > 2,75$  4)  $u_s = 2u - u_e$ , opération « valeur absolue »

## 6. Télévision numérique terrestre (T.N.T)

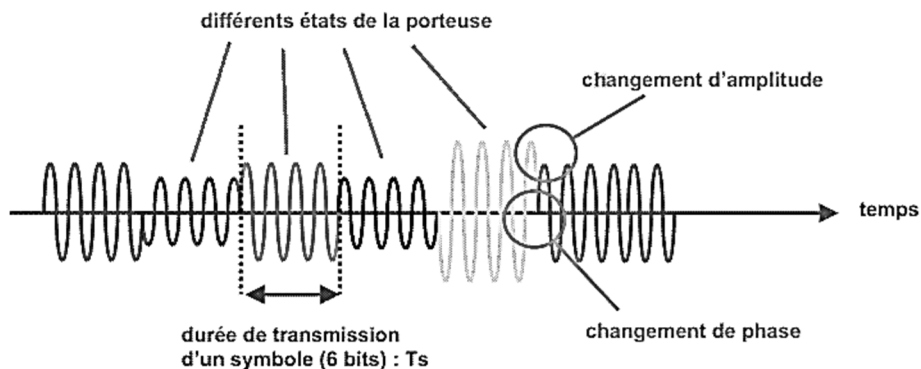
1) Pour réaliser le codage, on utilise une base de porteuses  $u_n(t) = U_0 \cos(n\Omega t)$ , avec  $F = \frac{\Omega}{2\pi} = 1116$  Hz. Le signal vaut :

$$u_e(t) = \sum_n \alpha_n(t) u_n(t) \text{ où } \alpha_n(t) \text{ est un bit d'information qui est rafraîchi toutes les durées } T_s = 896 \mu\text{s}.$$



On utilise 6817 porteuses centrées sur une fréquence qui définit le canal d'émission (les canaux sont numérotés de 21 à 69 et leur fréquence centrale en MHz est donnée par  $306 + 8 \times n^\circ$  du canal).  
Expliquer ce qu'est la détection synchrone. Proposer une méthode pour extraire l'information  $\alpha_n(t)$ .

2) En réalité on code l'information pendant la durée  $T_s$  grâce à la phase de la porteuse (8 valeurs possibles) et son amplitude (8 valeurs possibles). Calculer le débit binaire total en Mbit/s.



**réponses :** 2)  $D = 45,6$  Mbits/s.

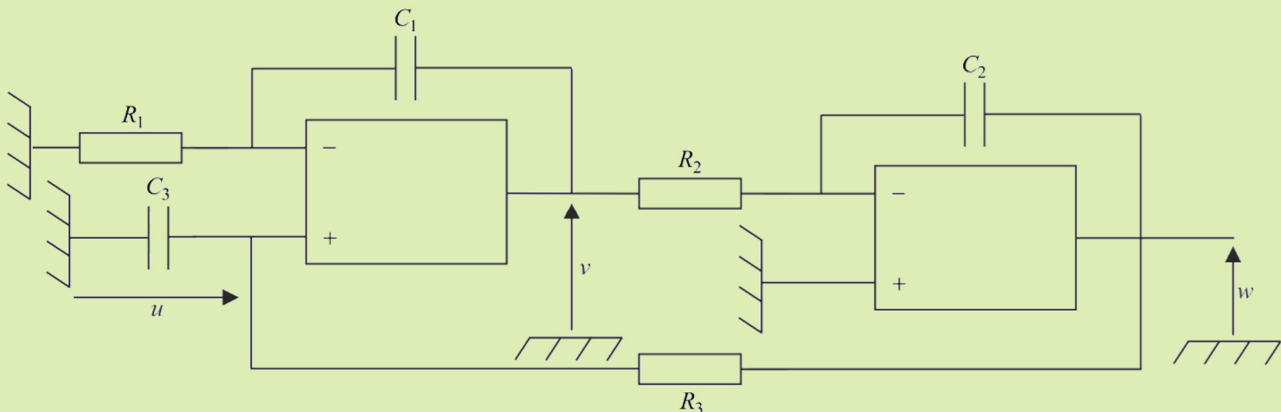


# OSCILLATEURS ÉLECTRONIQUES

## • Oscillateurs quasi-sinusoidaux

### 1. Étude fréquentielle et temporelle d'un oscillateur quasi-sinusoidal

On considère le montage ci-dessous :

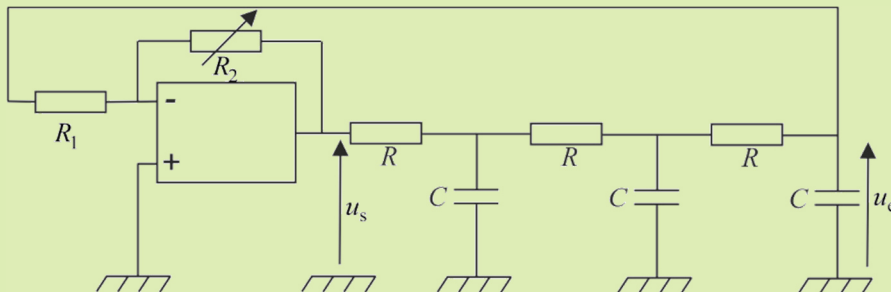


- 1) Calculer les fonctions de transfert  $H_1 = \frac{v}{u}$  ;  $H_2 = \frac{w}{v}$  et  $H_3 = \frac{u}{w}$ .
- 2) Appliquer le critère de Barkhausen et montrer que l'hypothèse d'oscillations sinusoïdales n'est vérifiée que si  $R_1 C_1 = R_3 C_3$ , et qu'alors la pulsation des signaux ne peut prendre qu'une valeur  $\omega_0$  à exprimer en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$ .
- 3) Établir en utilisant 1) les équations différentielles reliant  $v$  à  $u$  ;  $w$  à  $v$ , et enfin  $u$  à  $w$ . On suppose la condition  $R_1 C_1 = R_3 C_3$  remplie. Montrer que les signaux du circuit sont bien sinusoïdaux à la pulsation  $\omega_0$  trouvée au 2).
- 4) Pourquoi en réalité l'oscillateur n'est-il que quasi-sinusoidal ?

*réponses* : 2) On doit avoir  $H_1 H_2 H_3 = 1$ , soit, en réel, deux équations qui fournissent la condition d'oscillations sinusoïdales  $R_1 C_1 = R_3 C_3$  et la valeur de la pulsation de ces oscillations  $\omega_0 = 1/\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}$

### 2. Oscillateur à cellule 3 RC

- 1) Dans le montage ci-dessous, on suppose que le courant de sortie du filtre « 3 RC » est nul.



Appliquer le critère de Barkhausen au montage ci-contre et donner la condition d'oscillations quasi-sinusoidales portant sur le rapport  $\frac{R_2}{R_1}$ . Exprimer alors la pulsation  $\omega_0$  des oscillations en fonction de la constante de temps  $\tau = RC$ .

- 2) On a  $R = 1 \text{ k}\Omega$  ;  $C = 100 \text{ nF}$  ;  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ . Calculer  $\omega_0$  et vérifier l'hypothèse faite au 1).

*réponses* : 1) il faut  $R_2 / R_1 = 29$  et alors  $\omega_0 = \sqrt{6} / \tau$  2)  $\omega_0 \approx 24500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  on a bien  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega \gg |Z_C| = 1/C\omega_0 = 400 \Omega$

### 3. Oscillateur / double intégrateur

On envisage le circuit ci-contre où les A.L.I sont idéaux et en fonctionnement linéaire.

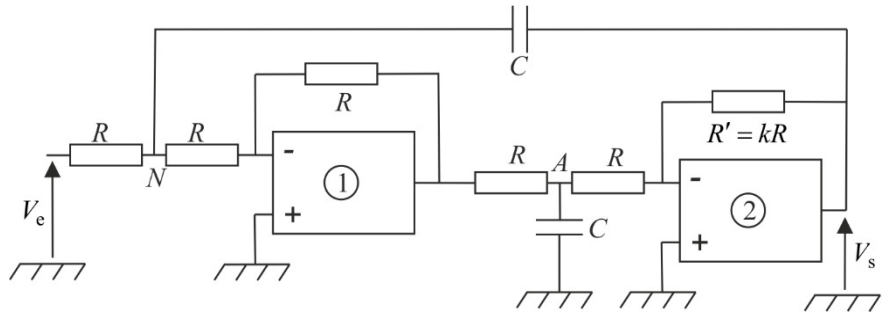
1) Montrer que la fonction de transfert vaut :

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{k}{4 + (4-k)jRC\omega + (jRC\omega)^2},$$

avec  $k = \frac{R'}{R}$ .

2) À quelle condition le circuit est-il stable ?  
À quelle condition est-ce un oscillateur sinusoïdal ? Quelle est alors sa pulsation ?

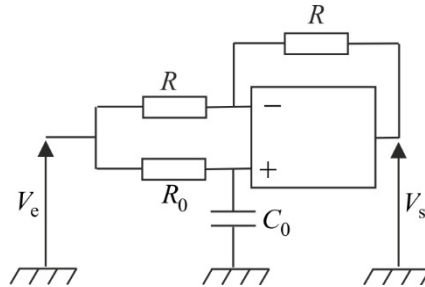
3) Dans le cas où le circuit est stable, tracer le diagramme de Bode du gain du filtre réalisé. À quelle condition le circuit intègre-t-il deux fois un signal périodique  $V_e(t)$  de fréquence  $f$  ?



réponses : 2) stabilité  $\Leftrightarrow k < 4$

### 4. Obtention d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

On dispose de plusieurs déphaseurs comme celui représenté ci-dessous. Les autres déphaseurs ne diffèrent de celui représenté que par les valeurs  $(R', C')$ ,  $(R'', C'')$ , ..., éventuellement différentes de  $(R_0, C_0)$ .



1) Étudier une cellule déphaseuse (fonction de transfert, diagrammes de Bode).

2) La chaîne d'action est un opérateur multiplication par une constante à A.L.I. Donner deux montages réalisant cette fonction, l'un avec une constante positive et l'autre avec une constante négative.

3) Proposer un montage bouclé permettant d'obtenir des oscillations sinusoïdales. Quelle est la chaîne d'action donnée au 2) qui convient ? Quelle est alors la condition d'oscillations ? la pulsation  $\Omega$  des oscillations ?

Vérifier le résultat en utilisant l'équation différentielle qui régit  $V_s(t)$ .

## ● Oscillateurs astables

### 5. Stabilité du montage multivibrateur astable

On rappelle que l'amplification différentielle de l'A.L.I est fonction de la

pulsation :  $\mu(j\omega) = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$ . On pose  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  et  $\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ .

1) Donner le schéma-bloc fonctionnel du montage ci-contre :  $V_s$  est la tension de sortie du montage,  $\mu(j\omega)$  la fonction de transfert de la chaîne d'action,  $\beta V_s$  la tension de retour appliquée sur l'entrée négative d'un comparateur,  $\gamma V_e$  la tension d'entrée appliquée sur l'entrée positive du comparateur. Déterminer  $\beta$  et  $\gamma$ .

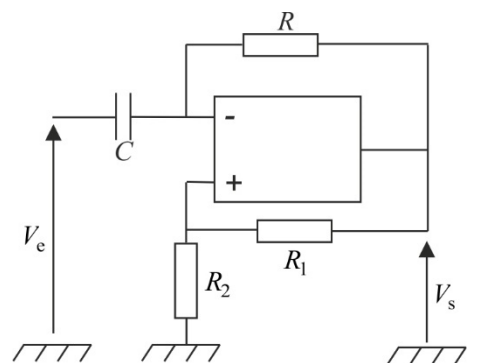
2) En déduire la fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$  du montage en fonction de  $\mu$ ,  $\beta$

et  $\gamma$ .

On pose  $T(p) = \mu(p)\beta(p)$ . Comment s'appelle cette fonction de transfert ?

3) On cherche à résoudre l'équation  $1 + T(p) = 0$ . La mettre sous la forme polynomiale  $p^2 + Ap + B = 0$  et exprimer les constantes  $A$  et  $B$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\mu_0$ ,  $\omega_0$  et  $\omega_c$ .

À quelle condition sur le système est-il stable ? En déduire la condition sur le signe de  $A$  et  $B$ , puis sur la valeur de  $\alpha$ .



À partir de maintenant, on étudie la possibilité d'oscillations en faisant  $V_e = 0$ .

4) Pour quelle valeur  $\alpha_0$  de  $\alpha$  le montage est-il un oscillateur sinusoïdal ? Quelle est alors sa pulsation  $\Omega$  ?

A.N : calculer  $\alpha_0$  et  $\Omega$  pour  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\omega_c = 250 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\mu_0 = 10^5$ .

Quelles valeurs de  $\alpha$  doit-on prendre en réalité ?

5) Pour quelles valeurs de  $\alpha$  le montage est-il un multivibrateur astable ? Justifier la réponse.

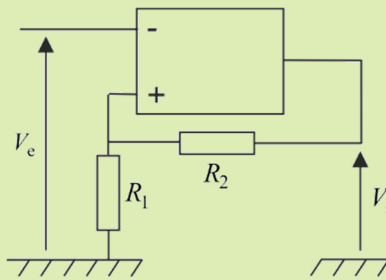
A.N :  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\omega_c = 250 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\mu_0 = 10^5$  et  $\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2}$ . La condition est-elle remplie ?

Calculer numériquement les racines de  $1 + T(p) = 0$ . En déduire l'ordre de grandeur du temps de montée de  $V_s$  vers la saturation.

réponses : 3) stabilité  $\Leftrightarrow \alpha < \alpha_0 = \frac{1 + \frac{\omega_0}{\omega_c}}{\mu_0}$  5)  $\tau \approx 8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

## 6. Oscillateur astable à rapport cyclique réglable

1) On considère le montage ci-dessous « comparateur à hystérésis ».



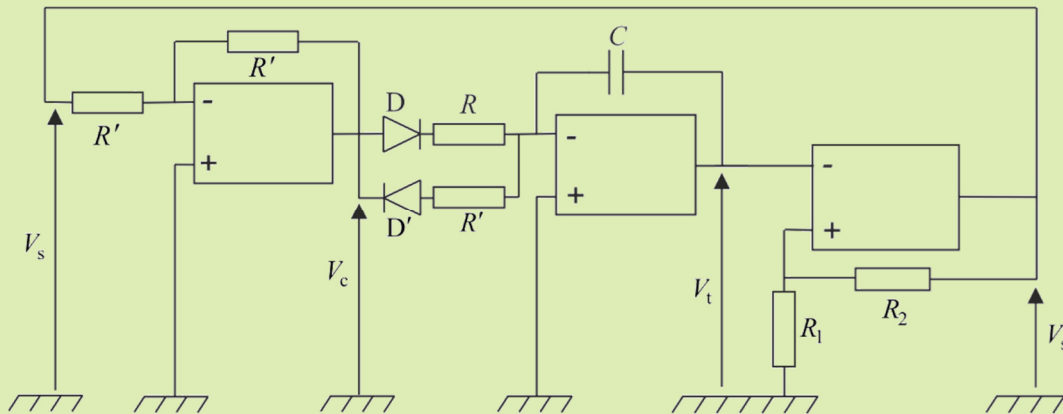
Indiquer pour quelle raison il est en fonctionnement non linéaire.

On suppose que les tensions de saturation de l'A.L.I vérifient  $V_{\text{sat}}^- = -V_{\text{sat}}^+ = -V_{\text{sat}}$ . Déterminer l'évolution suivie par  $V_s$  en fonction de  $V_e$ . On pose  $V_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$ .

Tracer le cycle d'hystérésis  $V_s = f(V_e)$ .

Expliquer comment on obtient expérimentalement ce cycle à l'oscilloscope.

2) Le comparateur à hystérésis est à présent intégré dans le montage ci-après. Les deux diodes D et D' sont supposées idéales.



Quelle équation différentielle relie  $V_c$  et  $V_t$  ? Discuter selon la valeur de  $V_c$ .

3) On suppose qu'à  $t = 0$  la sortie du comparateur à hystérésis bascule de  $-V_{\text{sat}}$  à  $+V_{\text{sat}}$ . En déduire la valeur  $V_t(0^+)$ .

Trouver la loi  $V_t(t)$ . À quel instant  $\tau$  le montage bascule-t-il de nouveau ?

4) Montrer que  $V_s(t)$  et  $V_t(t)$  sont périodiques, de période  $T_0$  à déterminer en fonction de  $V_0$ ,  $V_{\text{sat}}$ ,  $R$ ,  $R'$  et  $C$ . Montrer que ce montage permet d'obtenir un rapport cyclique  $\alpha$  (rapport du durée de la saturation haute sur la période) réglable. Donner sa valeur.

Donner l'allure de  $V_s(t)$  et  $V_t(t)$  sur le même graphe.

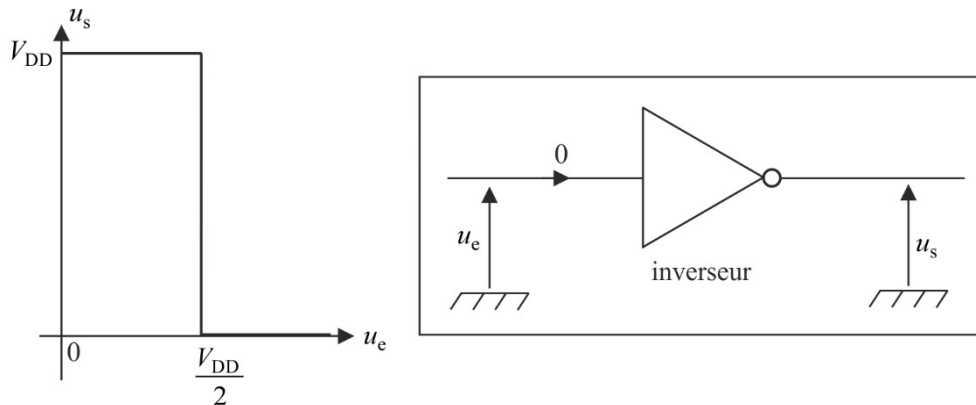
**A.N :**  $V_{\text{sat}} = 14 \text{ V}$  . On veut  $V_1(t)$  triangulaire symétrique d'amplitude 10 V et de fréquence  $f_0 = 1,0 \text{ kHz}$  . Comment choisir  $R'$  ? Déterminer  $\frac{R_2}{R_1}$  ainsi que la constante de temps  $\Theta = RC$  .

**réponses :** 1) basculement de  $+V_{\text{sat}}$  à  $-V_{\text{sat}}$  quand  $V_e > V_0$  ; basculement de  $-V_{\text{sat}}$  à  $+V_{\text{sat}}$  quand  $V_e < -V_0$  2) intégrateur de constante de temps  $RC$  si  $V_c = +V_{\text{sat}}$  et  $R'C$  si  $V_c = -V_{\text{sat}}$  4)  $T_0 = \frac{2V_0}{V_{\text{sat}}}(R + R')C$  ;  $\alpha = \frac{R'}{R + R'}$

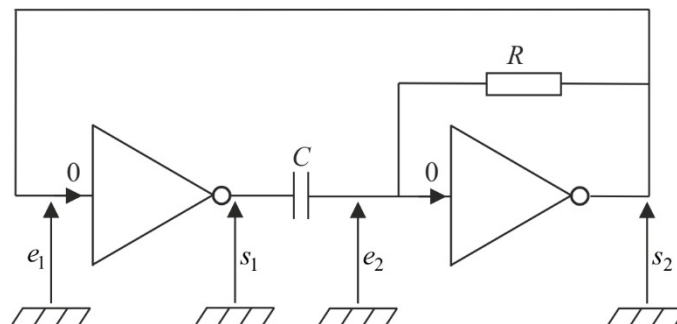
## 7. Oscillateur à 2 inverseurs

En électronique logique, on ne considère que deux valeurs « 0 » : FAUX et « 1 » : VRAI. Par exemple, pour une tension  $V$  comprise entre 0 V et 5 V, 0 correspond à  $V < 1,5 \text{ V}$  , et 1 à  $V > 3,5 \text{ V}$  (les constructeurs de composants logiques s'astreignent à ce que les tensions délivrées basculent très rapidement de 0 à 1 et de 1 à 0).

Les inverseurs sont des portes logiques NON qui renvoient une sortie 1 pour une entrée 0 et 0 pour une entrée 1. Leur courant d'entrée est nul et leur caractéristique est la suivante :



On considère le montage suivant :



On suppose qu'à  $t = 0$  la porte 1 vient de basculer à  $s_1 = 0$  et la porte 2 à  $s_2 = V_{\text{DD}}$

1) Déterminer  $s_1(t)$  ,  $e_2(t)$  et  $s_2(t)$  , tracer les courbes correspondantes et calculer la période  $T$  des oscillations.

**réponses :** 1)  $T = 2RC \ln 3$