

# ÉPREUVE D'ANALYSE DE DOCUMENTS SCIENTIFIQUES

## FILIÈRE PSI – 2019

### DOSSIER N ° 4

Ce dossier comporte de larges extraits d'un texte sur l'acoustique des salles, précédés d'un rectificatif et d'un glossaire, et suivis d'une présentation simple et idéalisée du résonateur de Helmholtz.

Dans votre exposé d'environ 15 minutes, vous vous attacherez à discuter les différentes modélisations théoriques et expérimentales présentées, en particulier les hypothèses qui les sous-tendent et leurs limitations.

Vous accorderez une importance particulière aux ordres de grandeur mentionnés (le cas échéant), et vous tenterez de les justifier.

#### Remarques

- *L'usage de la calculatrice est interdit pendant la phase de préparation.*
- *Les textes peuvent être annotés pendant la période de préparation. Mais, à l'issue de l'épreuve, tous les documents (brouillons, transparents, et textes) doivent être impérativement remis à l'examineur.*
- *Les candidates et candidats sont invités à éviter d'écrire leur présentation en tout petits caractères, peu lisibles lors de la présentation devant l'examineur.*
- *Le dossier proposé est constitué de reproductions de textes ou d'extraits de textes scientifiques d'origines variées. Ces documents, comme tout document scientifique, peuvent être critiqués, voire contenir des erreurs. Si tel est le cas, cela ne doit pas gêner le/la candidat(e) au cours de sa préparation. Au contraire, il/elle pourra le mentionner au cours de l'exposé ou de la discussion avec l'examineur.*
- *Certains textes ont subi des coupes partielles ; avant l'établissement stable de l'image sur la tablette, le texte coupé peut apparaître brièvement : ce phénomène parasite est à ignorer. De même, l'élimination de pages complètes peut introduire une discontinuité dans la numérotation des pages du document final.*

## RECTIFICATIF

Dans la page 3 du document principal, l'équation de d'Alembert est à lire :

$$\Delta p - \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \approx \Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \text{où } c = (\rho_0 \chi_S)^{-1/2} \text{ est la célérité des ondes.}$$

## GLOSSAIRE

**Impédance** – En acoustique, l'impédance représente le rapport entre  $P(\omega)$  et  $V(\omega)$ , ou bien le rapport entre  $P(\omega)$  et  $SV(\omega)$ , où  $P(\omega)$  est la pression acoustique locale à la pulsation  $\omega$ ,  $V(\omega)$  la vitesse d'une particule d'air et  $S$  la surface sur laquelle s'exerce la pression acoustique.

**Décibel** – Le niveau en décibel  $L$  de la valeur efficace  $P$  d'une pression acoustique  $p(t)$  est la quantité

$$L = 20 \log \frac{P}{P_{\text{ref}}}$$

où  $P_{\text{ref}}$  est un niveau de référence arbitraire ; dans l'air, on prend généralement  $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5}$  Pa.

**Coefficient d'absorption** – Rapport entre la puissance acoustique absorbée par une surface et la puissance acoustique incidente sur cette surface.

# Conception acoustique d'une salle – Intérêt du prototypage et principe de conception de maquette

Caroline DE SA - Hélène HORSIN MOLINARO

L'acoustique en architecture a pour objectif d'offrir la qualité de son la plus adaptée aux lieux d'écoute que peuvent être des salles de spectacles (opéra, cinéma, théâtre...), mais aussi aux lieux publics que sont les salles dédiées au sport (gymnase, piscine...) ou les halls de transit (gare, aéroport ...).

La qualité acoustique d'une salle de spectacle est fonction de l'isolement acoustique de la salle vis-à-vis de l'extérieur, et de la perception des sources sonores présentes dans la salle ; ce second point, associé au mode de propagation du son dans la salle, est traité dans cette ressource.

Une onde sonore lors de sa propagation (figure 1) est soumise à des phénomènes de réflexion, diffraction, diffusion ou absorption par les obstacles rencontrés (sol, murs et plafond, mobilier ...). L'onde directe et les ondes réfléchies se superposent et contribuent à la qualité du son perçu (figure 2).

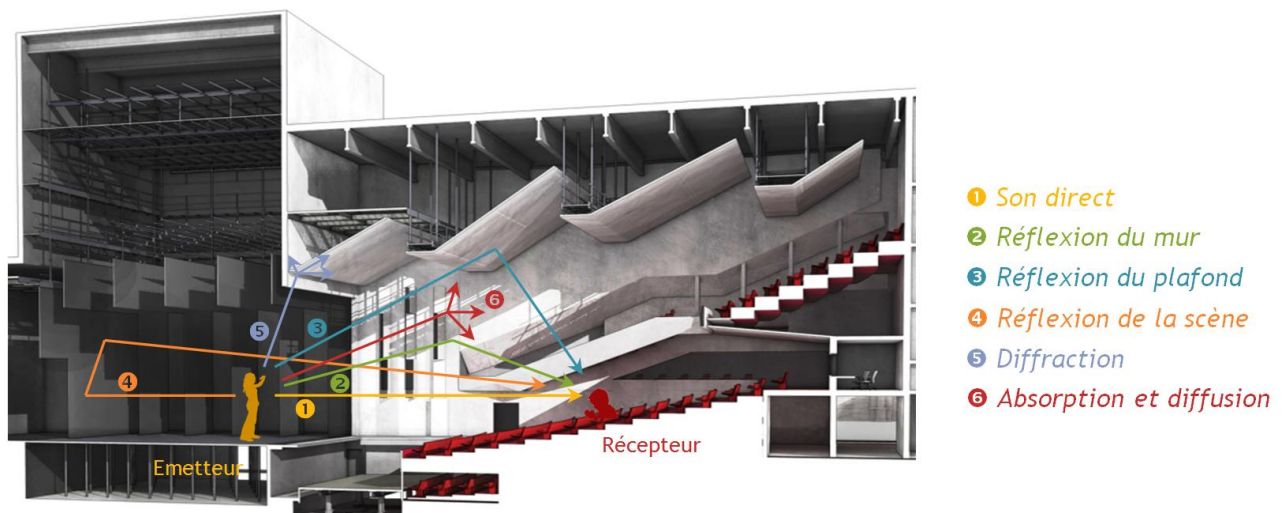


Figure 1 : Propagation d'une onde sonore dans un auditorium  
D'après « Pour la science », dossier hors série n°32, juil/oct 2001, Image de l'auditorium [1]

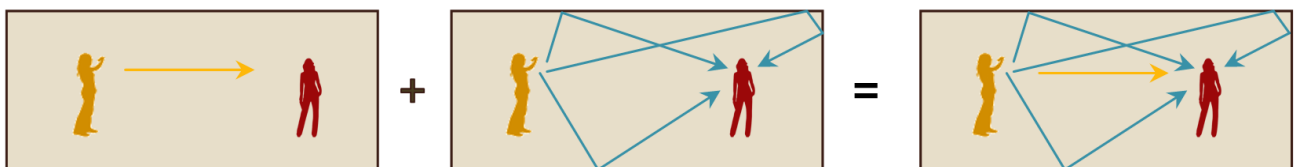


Figure 2 : L'onde directe et les ondes réfléchies se superposent et contribuent à la qualité du son perçu

Cette ressource présente le cadre de modélisation de la propagation des ondes sonores et son influence sur l'acoustique d'une salle de concert ; l'apport des maquettes acoustiques en complément des outils classiques est montré, les principes de conception d'une maquette à échelle réduite sont expliqués.

## 1 - Le contexte (partie coupée)

## 2 – Caractéristiques de l'acoustique dans une salle

### 2.1 - Propagation des ondes sonores

Les ondes sonores émises par une source située dans une salle se propagent dans l'air vers les limites du volume et entrent en contact avec les parois ou les obstacles situés dans la salle. Leur comportement depuis leur émission obéit à des lois dépendant principalement des caractéristiques du signal émis et de l'impédance des matériaux rencontrés.

Prenons un fluide caractérisé initialement par sa masse volumique  $\rho_0$ , sa pression  $P_0$  et sa vitesse  $v_0$  nulle. Les ondes acoustiques dans ce fluide perturbent cet état initial, amenant le fluide à un état caractérisé par  $\rho(\vec{r}, t)$ ,  $P(\vec{r}, t)$  et  $\vec{v}(\vec{r}, t)$ . On peut alors poser :  $\delta\rho = \rho - \rho_0$  la variation de masse volumique du fluide et  $p = P - P_0$  la surpression acoustique.

La propagation des ondes sonores peut alors être définie à l'aide des trois lois fondamentales de l'acoustique en milieu fluide, en considérant l'approximation acoustique<sup>1</sup> de faible modification de l'état du fluide :

- **La conservation de la masse :** 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) \approx \frac{\partial(\delta\rho)}{\partial t} + \rho_0 \text{div}(\vec{v}) = 0$$
- **L'équation du mouvement**, qui exprime la première loi de Newton pour les fluides : on considère que la viscosité est négligeable et que les seules forces prises en compte sont les forces de pression (la pesanteur est négligée) : 
$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla P + \vec{f}_v$$

avec  $\vec{f}_v$  force volumique statique (e.g.  $\vec{f}_v = -\rho \vec{g}$ ). Cette force est compensée par le gradient de pression statique  $P_0$ .

- **L'équation d'état thermodynamique de l'air :** on considère un caractère isentropique de la propagation des ondes sonores :

$$\chi_s = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_s \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

avec  $\chi_s$  le coefficient de compressibilité isentropique.

Par combinaison de ces équations et développements limités (dus à l'hypothèse de variations faibles des variables  $v$ ,  $P$  et  $\rho$ ), on obtient l'équation d'onde (équation de d'Alembert)<sup>2</sup>:

$$\Delta p - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \approx \Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec } c \text{ la célérité des ondes.}$$

Les principaux facteurs qui interviennent dans la structure du champ rayonné sont :

- La source sonore,
- Le milieu de propagation,
- La nature des parois,
- La nature des obstacles.

<sup>1</sup> La mécanique des fluides est non-linéaire ; la linéarisation des équations entraîne des approximations liées aux hypothèses de départ : petits mouvements, description approchée du fluide non-visqueux par les équations d'Euler, transformation réversible du fluide (à entropie constante).

<sup>2</sup> L'équation de d'Alembert décrit la variation dans le temps et dans l'espace d'une quantité ondulante. Elle est nommée d'après Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) qui l'énonça dans ses *Recherches sur les cordes vibrantes* en 1747, c'est historiquement la première équation d'onde.

L'approche exacte ou ondulatoire, qui consiste à résoudre l'équation de propagation des ondes dans le volume  $V$  de la salle, n'est quasiment jamais possible. On a donc recours à des modélisations (présentant néanmoins des limitations) pour déterminer le champ acoustique dans le volume  $V$  de la salle, connaissant la géométrie de cet espace, les propriétés acoustiques des parois et les caractéristiques des sources sonores présentes dans cet espace.

## 2.2 - Réverbération : définition et modèle

L'ensemble des phénomènes cités précédemment peut aussi être étudié de manière approchée en observant, via une **approche géométrique** de propagation des ondes sonores sous forme de rayons, la **réponse mesurée en un point de la salle suite à une émission impulsionnelle en un autre point**.

La réponse impulsionnelle de la salle peut alors être modélisée comme une séquence obtenue des réflexions parvenant au récepteur, appelée **échogramme** (figure 5). Statistiquement, la densité d'échos parvenant au récepteur varie avec le carré du temps. Au bout d'un certain délai, elle est telle que l'on peut considérer les échos sous un angle statistique. C'est le domaine que l'on appelle de la **réverbération**. Cette réverbération influe sur la qualité acoustique d'une salle.

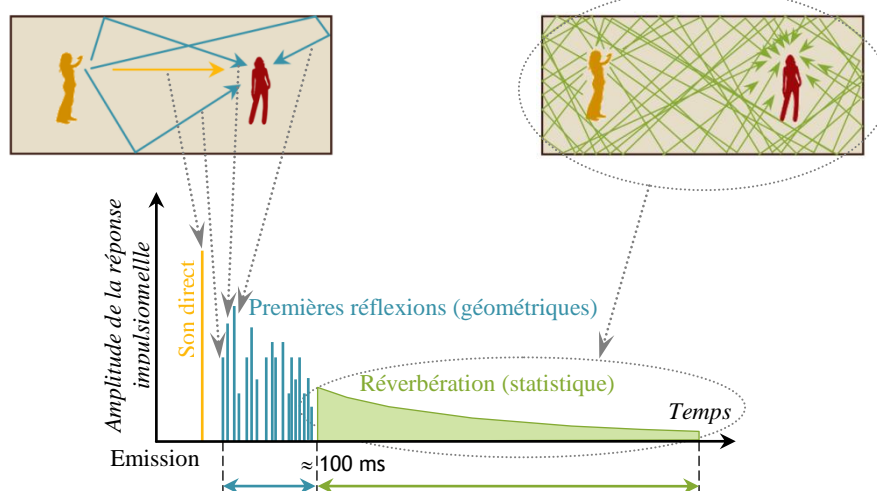


Figure 5 : Modélisation de la réponse impulsionnelle d'une salle, d'après Techniques de l'ingénieur

Pour mesurer le caractère réverbérant d'une salle, on peut définir le temps de réverbération  $TR_{60}$  d'une salle : temps nécessaire après arrêt de la source sonore pour observer une décroissance de 60 décibels du niveau sonore mesuré dans la salle. Une première expression de ce temps de réverbération en fonction des caractéristiques est fournie par la loi de Sabine<sup>3</sup> :

$$TR_{60} = \frac{0,16V}{A} = \frac{0,16V}{\sum_i \alpha_i S_i}$$

avec  $V$  le volume de la salle,  $A$  l'aire d'absorption équivalente de la salle,  $\alpha_i$  le coefficient d'absorption de la paroi  $i$ ,  $S_i$  la surface de la paroi  $i$ .

Les caractéristiques des parois ou des obstacles présents dans la salle ont donc une influence sur le temps de réverbération ; les types de parois seront donc choisis en fonction du temps de réverbération souhaité de la salle.

La formule de Sabine a été établie en ne considérant que le champ réverbéré (ou diffus) avec une répartition parfaitement homogène du champ réverbéré dans la salle, champ réverbéré de plus

<sup>3</sup> Du nom du physicien américain Wallace Clement Sabine (1868-1919)

considéré constitué d'une infinité d'ondes planes arrivant de toutes les directions. Cette hypothèse n'est jamais observée en pratique mais l'on peut s'en approcher et rester dans le domaine de validité de cette formule sous certaines conditions :

- La salle doit être peu absorbante,
- Les dimensions de la salle doivent être assez grandes,
- La salle doit être de forme simple (parallélépipédique),
- L'absorption de propagation dans le fluide doit être négligeable en regard de l'absorption due aux parois.

### 2.3 - Réverbération : caractéristiques souhaitées

L'absence de réverbération dans une salle entraîne un rendu dur et sec de la musique ; une bonne qualité musicale se trouve dans la prolongation du son dont la durée dépend de l'usage de la salle :

- La réverbération dans un auditorium présente une durée de 1 à 2,5 secondes,
- Les orgues dans une église nécessitent pour un son de qualité, de longues durées de réverbération.
- A contrario, pour une bonne compréhension du texte la réverbération n'est pas souhaitable pour un orateur, elle est donc courte, 0,8 s au maximum ; au-delà de cette valeur, il y a chevauchement des syllabes.

Pour les salles du type auditorium, l'expérience a permis de définir un temps de réverbération optimal en fonction de leur utilisation. Ce temps de réverbération varie approximativement comme la racine cubique du volume. Une tendance pour le temps de réverbération est fournie figure 6. Néanmoins, ceci ne constitue qu'une tendance. En effet, de bonnes salles peuvent s'écarter sensiblement des valeurs indiquées car d'autres caractéristiques sont tout aussi importantes, comme la géométrie, les réflexions latérales (effet d'espace)...

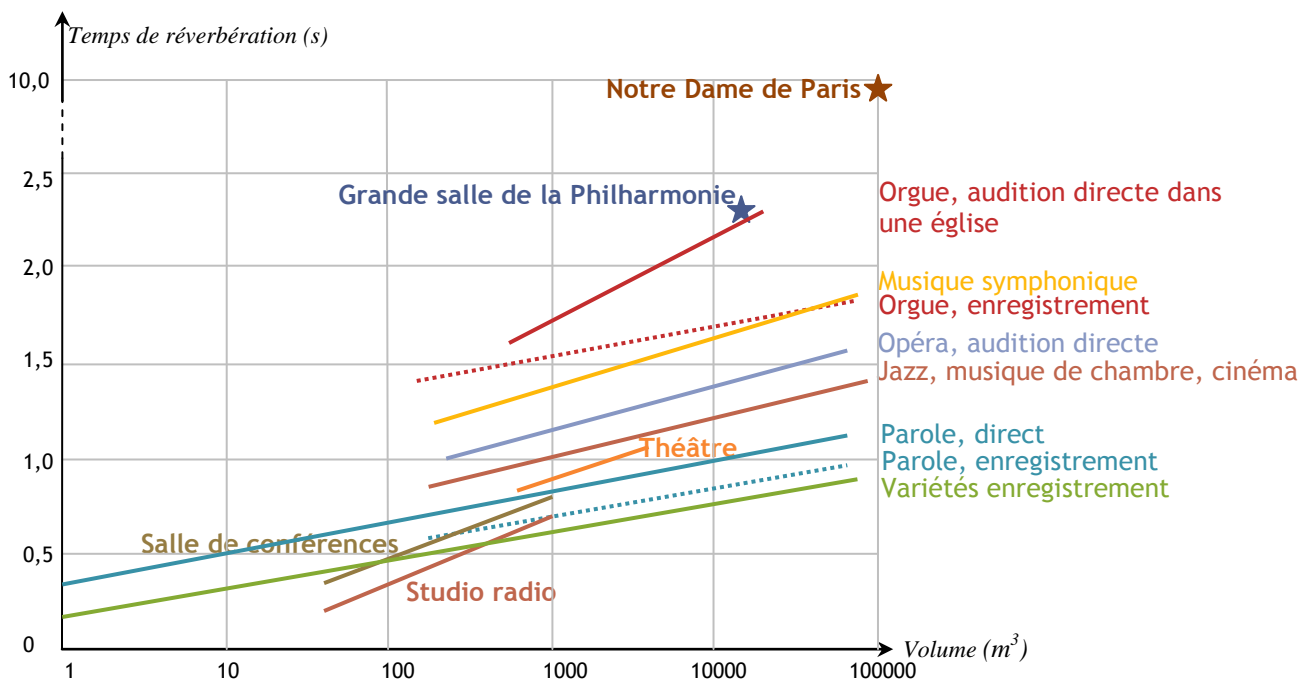


Figure 6 : Temps de réverbération optimal des auditoriums en fonction de leur volume et de leur utilisation, d'après G. Krauss, F. Kuznik, R. Yezou [4] et d'après R. Lamoral

Pour remédier aux approximations de calcul du temps de réverbération via la formule de Sabine, il est possible de simuler plus précisément la propagation des rayons sonores au sein des salles, en considérant une approche géométrique (figure 7). L'approche géométrique permet de calculer

des réponses impulsionnelles, d'avoir accès à presque tous les indices objectifs utilisés en acoustique des salles et de produire des simulations sonores.

Néanmoins, les principales faiblesses de la modélisation géométrique résident dans la difficulté à modéliser la diffraction et la réflexion diffuse sur les surfaces non planes. La modélisation des sources sonores est, elle aussi, délicate. Les problèmes de diffraction et de diffusion limitent notamment la précision des résultats dans les basses fréquences.

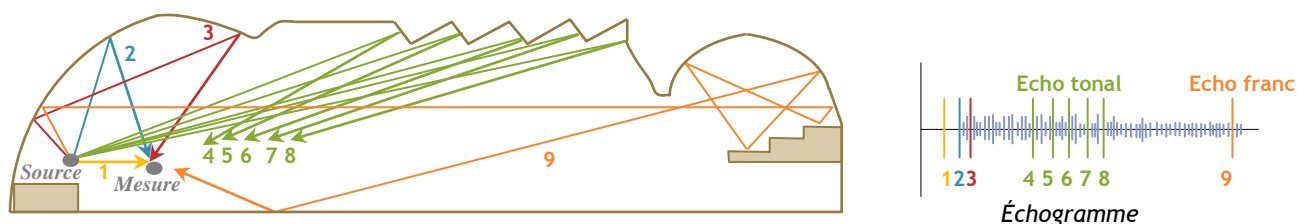


Figure 7 : Approche géométrique et visualisation des échos multiples dans une salle de forme complexe, D'après Techniques de l'ingénieur.

Prévoir le temps de réverbération d'une salle reste donc approximatif avec ces approches géométriques ou statistiques, même si ces techniques sont de plus en plus utilisées et améliorées. En complément de ces approches, l'utilisation de maquettes se révèle donc pertinent pour l'étude de structures complexes.

### 3 – Maquette acoustique

L'utilisation de maquettes acoustiques tridimensionnelles fait suite à diverses premières tentatives de mise au point de simulations par modèle physique ou analogique de la propagation en espace clos. Ainsi, en 1913, Sabine étudie la formation et la propagation d'échos en produisant des photographies de fronts d'onde en deux dimensions des sections horizontale et verticale des modèles réduits de différents théâtres américains. Il utilisa une étincelle électrique comme source lumineuse. En 1934, Spandöck<sup>4</sup> réalise des mesures en trois dimensions à une échelle de 1/5<sup>e</sup>. À la même époque, Dungen<sup>5</sup> établit les lois de similitude appliquées à l'acoustique qui permettent de définir les premières règles de réduction d'échelle en acoustique. En 1965, afin d'étudier les propriétés sonores de théâtres antiques, Canac<sup>6</sup> réalise une série de mesures sur des maquettes (figure 8) à l'aide d'ultrasons dont la fréquence est choisie en fonction des lois de similitude ; la longueur d'onde est réduite selon le facteur d'échelle de la maquette.



Figure 8 : Maquette du théâtre d'orange, extrait d'un document vidéo « Acoustique des théâtres antiques » (1966), document consultable sur le site CERIMES [5].

<sup>4</sup> Friedrich Spandöck (1904-1966) acousticien allemand

<sup>5</sup> Frans-H van den Dungen (1898-1965) mathématicien belge

<sup>6</sup> François Canac (1886-1969) acousticien français

### 3.1 - Lois de similitude

Les lois de similitude s'expliquent en faisant référence à deux relations fondamentales :

$$\text{célérité} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \text{fréquence} \times \text{longueur d'onde}$$

La modélisation sur maquette réduite repose ainsi sur le principe de similitude qui exprime que les ondes sonores se propagent dans une maquette de la même manière que dans la salle correspondante à l'échelle 1, à ceci près que les longueurs d'onde des sons émis dans la maquette doivent être transformées dans le rapport d'échelle  $1/N$  de la maquette :

Dimensions	Echelle 1	Maquette échelle $1/N$
Longueur	$l$	$l/N$
Fréquence	$f$	$f.N$
Temps	$t$	$t/N$

Figure 9 : Tableau de réduction des dimensions dans une maquette

Le tableau de réduction (figure 9) est valable en supposant que la célérité des ondes est la même dans la maquette échelle réduite et dans la salle échelle 1, c'est à dire que la température et la pression statique sont les mêmes. Ainsi, dans une maquette au  $1/20^e$ , la bande des fréquences audibles correspond à la bande [400 Hz - 400kHz], dont la majeure partie est située dans l'ultrasonore (au delà de 20kHz).

### 3.2 - Atténuation de propagation en hautes fréquences

Dans les fluides, l'absorption du son a trois origines :

- La viscosité, se traduisant par des forces de cisaillement entre particules (donnant lieu à une transformation d'énergie acoustique en chaleur),
- Les échanges thermiques, par conduction entre particules voisines, d'une part, et par rayonnement électromagnétique, de l'autre.
- Des phénomènes de relaxation moléculaire impliquant des pertes.

Il est possible de tenir compte des deux premiers phénomènes en rétablissant une équation de propagation du son à partir des lois fondamentales : l'équation du mouvement fait intervenir des forces de frottement, et celle de compressibilité des échanges de chaleur (la transformation n'est plus rigoureusement adiabatique). On obtient des coefficients  $\alpha_v$  et  $\alpha_{th}$  exprimant respectivement les effets de la viscosité et ceux des échanges thermiques. Ils sont tous deux proportionnels au carré de la fréquence et inversement proportionnels au cube de la célérité dans le fluide, mais dépendent peu de la température.

Leur somme  $\alpha_c$ , appelée absorption classique, est calculable par les lois fondamentales de la physique des milieux continus. L'écart entre les valeurs mesurées réelles de  $\alpha$  et celles calculées de  $\alpha_c$  conduit à introduire l'absorption anormale ou moléculaire  $\alpha_m$ . On ne peut rendre compte de  $\alpha_m$  qu'en faisant intervenir la nature discontinue du milieu (molécules) et un transfert d'énergie moléculaire avec pertes. Le coefficient d'absorption total  $\alpha$  prend la forme :

$$\alpha = \alpha_v + \alpha_{th} + \alpha_m = \alpha_c + \alpha_m$$

Dans l'air, on observe une dépendance avec la fréquence de l'absorption : les infrasons se propagent à de très grandes distances (milliers de kilomètres), contrairement aux ultrasons,



absorbés sur quelques mètres, voire quelques centimètres. L'absorption moléculaire est due à des phénomènes d'activation (changement d'état) des molécules d'oxygène  $O_2$  et d'azote  $N_2$ , catalysés par la vapeur d'eau :  $\alpha_m$  dépend fortement de la température et de l'humidité. Elle domine dans les fréquences audibles. Ces différentes contributions à l'absorption acoustique dans l'air sont fournies dans la figure 10, pour une pression statique de 1013 hPa (pression atmosphérique), une température de 20°C et une humidité relative<sup>7</sup> de 40 %. On y voit les trois contributions : absorption classique, relaxations d' $O_2$  et de  $N_2$ .

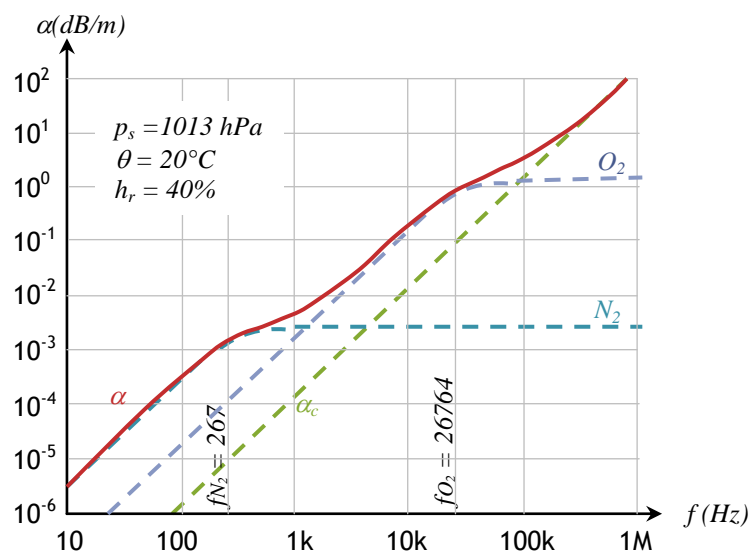


Figure 10 : Coefficient d'absorption du son dans l'air, en fonction de la fréquence, d'après Rossi.

La figure 11 donne également l'absorption totale en fonction de l'humidité relative. On y voit l'influence d'une part de la fréquence et d'autre part de l'humidité relative sur le coefficient d'absorption de l'air.

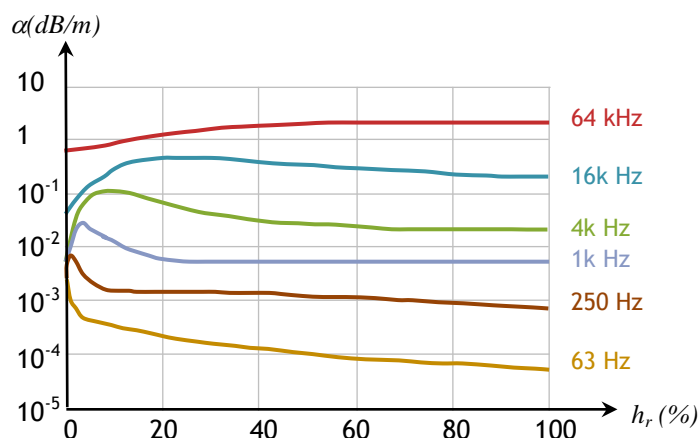


Figure 11 : Absorption du son pour quelques fréquences dans l'air à 20 °C, en fonction de l'humidité relative  $h_r$ .

En conclusion, dans une maquette, une onde de fréquence  $f_N$  subit donc une absorption de propagation nettement plus importante que cette même onde à une fréquence  $f$  dans la salle réelle. Ce surplus d'atténuation introduit dans les mesures un biais d'autant plus grand que l'échelle est réduite.

<sup>7</sup> Humidité relative,  $h_r$ , ou degré hygrométrique, correspond au rapport de la pression partielle de vapeur d'eau contenue dans l'air sur la pression de vapeur saturante à la même température. Elle mesure le rapport entre le contenu en vapeur d'eau de l'air et sa capacité maximale à en contenir dans ces conditions.

Les solutions pour remédier à ce problème consistent à :

- Remplacer l'air par un autre gaz au sein de la maquette : **azote, air déshydraté**. Cette solution permet de compenser le phénomène jusqu'à environ 50 kHz. Au-delà l'atténuation reste trop importante. Cette solution est donc insuffisante pour les maquettes dont les fréquences utiles sont supérieures à 50 kHz. Il est également à noter que cette solution pose le problème du coût (pour rendre hermétique la maquette) et de l'accessibilité de la maquette pendant les mesures.
- **Compenser a posteriori les mesures** (par un traitement sur ordinateur).

### 3.3 - Comportement acoustique matériaux

L'absorption d'un matériau, qui intervient comme facteur de diminution de la réverbération, est fonction de la fréquence de l'onde. La figure 12 montre ainsi l'allure de la variation du coefficient d'absorption, en fonction de la fréquence, des trois types de matériaux acoustiques absorbants utilisés pour la correction acoustique de salles.

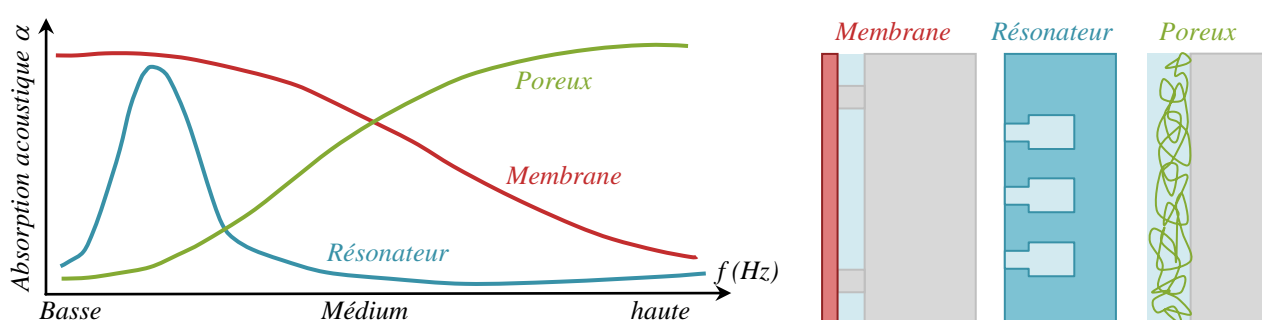


Figure 12 : Comparaison de l'allure du coefficient d'absorption des trois types de matériaux absorbants utilisés en correction acoustique de salles.

On voit une différence de comportement de ces différents types de correcteurs (poreux, résonateurs de Helmholtz<sup>8</sup> ou membrane), ainsi qu'une variation dépendante de la longueur d'onde. Il est à noter que les conditions géométriques pour les matériaux constituant les parois influencent également les coefficients d'absorption de ces matériaux :

- **Matériaux poreux** : augmentation de l'absorption avec l'épaisseur à moyenne fréquence.
- **Résonateurs d'Helmholtz** : diminution de la fréquence d'absorption maximum avec la diminution de la surface d'ouverture du col, l'augmentation du volume et de la longueur de col des cavités du résonateur.
- **Membrane** : augmentation de la fréquence d'absorption maximum avec la diminution de la masse surfacique de la plaque et de l'épaisseur de la lame d'air.

Compte tenu de cette dépendance de l'absorption d'un matériau en fonction de la fréquence, il est nécessaire d'utiliser des matériaux dont les performances à échelle réduite soient équivalentes à celles en situation réelle. Cependant, un excès d'absorption au niveau des couches limites, dû aux effets viscothermiques, proportionnel à la racine carrée de la fréquence, est responsable d'une absorption supplémentaire d'environ 5% à 100 kHz. En conséquence, il est difficile d'obtenir des valeurs correctes du temps de réverbération en hautes fréquences dans les maquettes. Néanmoins, cet effet peut être partiellement compensé en choisissant des matériaux dont l'absorption, dans la maquette à échelle, soit inférieure à celle en situation réelle.

<sup>8</sup> Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1820-1894) scientifique allemand. Le résonateur d'Helmholtz est un dispositif créé dans les années 1850 afin de déterminer la hauteur des différents sons.

### 3.5 - Conclusion sur l'échelle à adopter

L'étude sur maquette acoustique constitue donc la seule technique de simulation capable de reproduire toute la complexité du phénomène acoustique sans recours à des hypothèses simplificatrices : en caractérisant parfaitement les transducteurs et les surfaces du modèle, les événements acoustiques sont reproduits à une fréquence plus élevée et avec une durée de propagation plus courte, de façon identique aux événements pleine échelle.

Cependant, du fait des limitations imposées par la transposition fréquentielle, l'usage d'une maquette est conditionné par le choix de l'échelle. Un classement en trois groupes peut être proposé :

1/100<sup>e</sup>  
à  
1/50<sup>e</sup>

Utilisation limitée essentiellement à l'étude de la distribution spatio-temporelle des réflexions précoces.

1/50<sup>e</sup>  
à  
1/20<sup>e</sup>

Calcul de la plupart des indices objectifs de caractérisation de la qualité acoustique possible, à l'exception des indices binauraux, pour lesquels il n'existe pas de transducteurs adaptés aux contraintes imposées par l'échelle.

1/20<sup>e</sup>  
à  
1/5<sup>e</sup>

Investissement très élevé en temps et financement pour des possibilités d'applications intéressantes. Auralisation (création d'un environnement acoustique) possible de la maquette permettant d'accéder à une qualification acoustique de la salle. Au delà d'une échelle à 1/10<sup>e</sup>, il devient trop difficile d'envisager des auralisations de bonne qualité ; les raisons principales en sont : l'impossibilité d'enregistrer des réponses binaurales du fait de l'inexistence de transducteurs pour cet effet, une trop forte absorption de propagation même avec de l'air asséché ou de l'azote, à très hautes fréquences, la bande passante de transducteurs les plus performants est insuffisante pour l'auralisation d'extraits musicaux.

## LE RÉSONATEUR DE HELMHOLTZ

En acoustique, on appelle « résonateur de Helmholtz » toute cavité ouverte sur l'extérieur dont les dimensions sont faibles devant la longueur d'onde considérée. Le terme renvoie donc au *comportement acoustique* de tels systèmes, dits à *constantes localisées*. La modélisation du résonateur de Helmholtz idéal fait apparaître une masse  $M$  et une raideur  $K$  localisées, et donc la fréquence de résonance  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$ . L'excitation du système (non abordée ici) peut être aérodynamique (écoulement pour l'habitacle d'une automobile en mouvement avec fenêtre ouverte) ou mécanique (mouvement d'une membrane de haut-parleur) ou encore acoustique (son d'une salle pour les cavités ménagées dans ses murs).

On considère une cavité (fig. 1) de forme quelconque, ouverte sur l'extérieur *via* un conduit cylindrique de section  $A$  et de longueur  $h$ .



FIGURE 1. Schéma acoustique d'un résonateur de Helmholtz (gauche) et schéma du système mécanique équivalent, à constantes localisées (droite).

Le mouvement de l'air dans le col entre la cavité et l'extérieur est possible mais comme aucun phénomène de propagation n'y prend place, le mouvement de cet air s'effectue *en bloc*. La masse en mouvement vaut  $M = \rho_0 A h$ , où  $\rho_0$  est la masse volumique de l'air au repos. L'air dans le col se déplace d'une quantité  $x$  (voir figure).

Dans la cavité, la pression acoustique est uniforme et vaut  $p_{\text{int}} = c^2 \rho$  (équation d'état), où  $\rho$  est la variation de la masse volumique de l'air en vibration (notée  $\delta \rho$  dans le document précédent) et  $c$  la célérité du son. Une force  $F_{\text{col}/V} = p_{\text{int}} A$  s'exerce donc à la surface entre le col et la cavité.

L'air dans la cavité ne peut ni sortir ni entrer et subit donc des transformations à masse constante. Un calcul élémentaire donne :

$$F_{\text{col}/V} = \frac{A^2 c^2 \rho_0}{V} x \quad (1)$$

où l'on voit que l'air intérieur à la cavité se comporte comme un ressort de raideur  $K = \frac{A^2 c^2 \rho_0}{V}$ . Associé à la masse d'air  $M$  dans le col, le système a pour fréquence de résonance

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V h}} \quad (2)$$