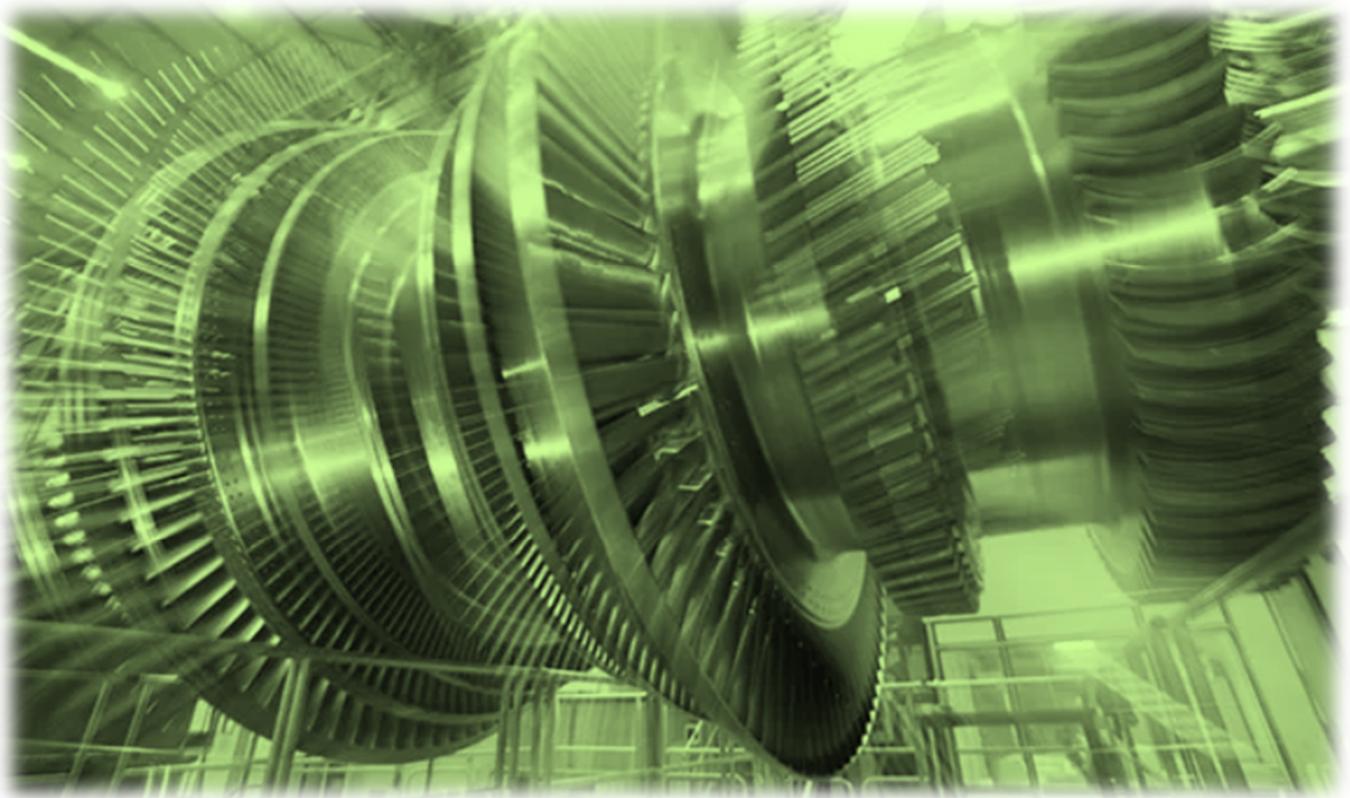




RECUEIL DE TD
CONVERSION DE PUISSANCE

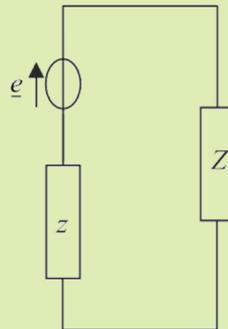




PUISSANCE ÉLECTRIQUE

1. Adaptation d'impédance

On se place en régime sinusoïdal forcé. Le générateur de tension sinusoïdale ci-dessous possède une impédance interne z .

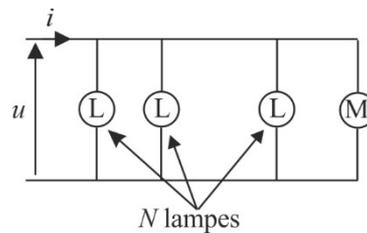


- 1) À quelle condition sur l'impédance de charge Z le transfert de puissance est-il maximal ?
- 2) Application : l'impédance interne du générateur est une résistance pure R_0 et la charge une association RLC série. L est fixé, R et C sont réglables. À quelle condition, la pulsation ω étant fixée, il y a-t-il adaptation d'impédance ?

réponses : 1) adaptation d'impédance si $Z = z^*$ 2) $R = R_0$ et $C = \frac{1}{L\omega^2}$

2. Puissance d'une installation électrique

On considère l'installation ci-dessous. Le moteur absorbe une puissance moyenne P_1 avec un facteur de puissance φ_1 et les N lampes absorbent P_2 .



Calculer par deux méthodes différentes le facteur de puissance de l'ensemble.

réponses : $\cos\varphi = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (P_1 \tan\varphi_1)^2}}$

3. Puissance absorbée par un dipôle linéaire

On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R connue, et de trois voltmètres.

Proposer une méthode pour mesurer en régime sinusoïdal forcé la puissance moyenne absorbée par le dipôle linéaire D .

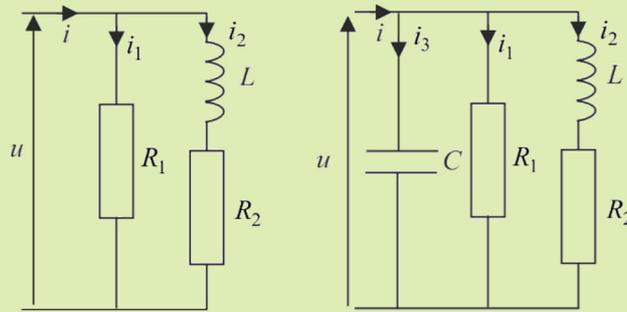
4. Relèvement de $\cos\varphi$

Une installation électrique est alimentée avec une tension efficace $U = 220 \text{ V}$ à la fréquence $f = 50 \text{ Hz}$.

Tous les raisonnements seront basés sur des diagrammes de Fresnel.

1) L'installation est de type inductif. Elle consomme une puissance $P_2 = 2,0 \text{ kW}$ et elle est parcourue par un courant d'intensité efficace $I_2 = 18,2 \text{ A}$. En déduire les valeurs de la résistance R_2 et de l'inductance L , qui, placées en série, seraient équivalentes à l'installation. Calculer le facteur de puissance $\cos\varphi_2$.

2) On ajoute en parallèle une résistance R_1 consommant une puissance $P_1 = 1,0 \text{ kW}$. Calculer les valeurs efficaces I , I_1 et I_2 , la puissance P et le facteur de puissance $\cos\varphi$ de l'installation.



3) On veut rendre égal à 1 le $\cos\varphi$ de l'installation. Expliquer pourquoi le distributeur d'électricité impose cette valeur. Quelle valeur de la capacité C doit-on placer en parallèle ?

4) On enlève R_1 . Quelles valeurs de C permettent d'avoir $\cos\varphi \geq 0,93$ (condition réellement imposée) ?

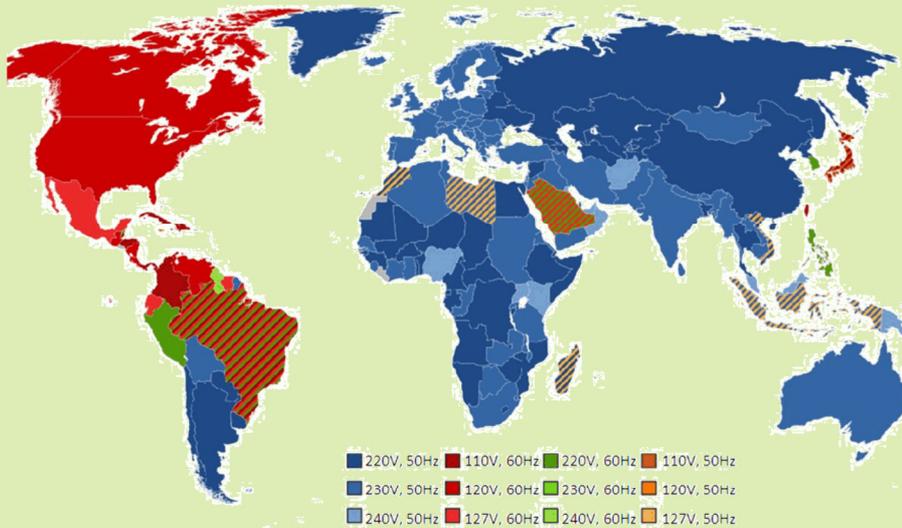
réponses : 1) $R = 6,0 \Omega$; $L = 33 \text{ mH}$ 2) $\cos\varphi = 0,65$ 3) $C = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ F}$ 4) $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ F} \leq C \leq 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ F}$



CONVERSION ÉLECTROMAGNÉTIQUE STATIQUE : MILIEUX MAGNÉTIQUES ET TRANSFORMATEUR

1. La distribution de l'électricité

Document : L'électricité dans le monde et le réseau électrique en France



production d'électricité : centrales nucléaires, hydrauliques, thermiques, éoliennes
 20 kV (MT)

transformateur
 élévateur



transport sur de
 grandes distances
 400 kV (THT)

transformateur
 abaisseur



225 kV (THT)

station de
 répartition

transformateur
 abaisseur



S.N.C.F. sidérurgie
 90 kV/63 kV (HT)

transformateur
 abaisseur

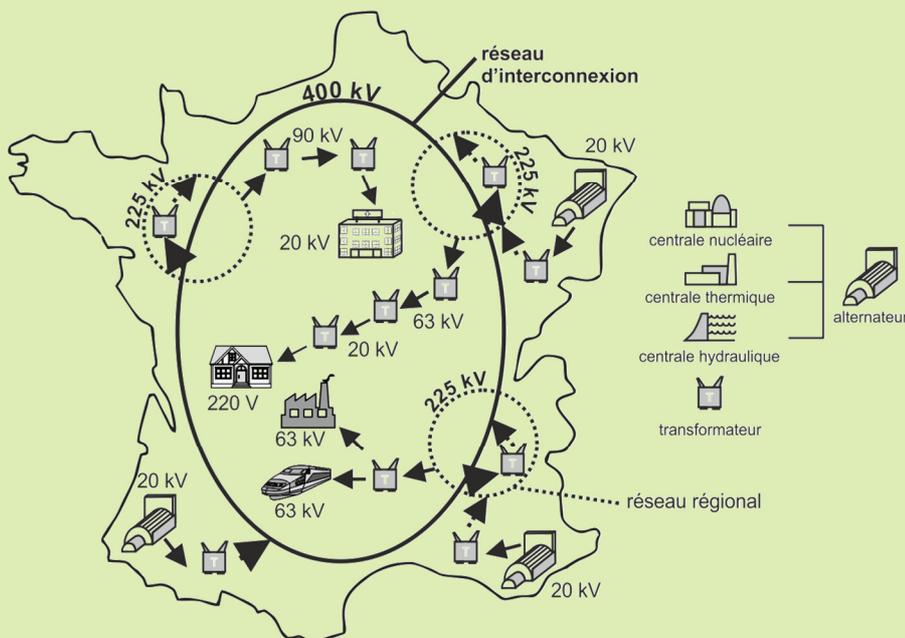


hôpitaux, PME,
 grands hôtels...
 20 kV (MT)

transformateur
 abaisseur



habitations, artisans...
 380V / 220 V (BT)



1) En considérant les transformateurs parfaits, comparer la perte par effet joule dans le transport sur de longues distances (cf. document) à 400 kV à ces mêmes pertes si l'on n'utilisait pas de transformateur élévateur.

2) Lors de la dernière étape avant la distribution à un quartier, on abaisse la tension à 220 V (plutôt 230 V en réalité). Dans de nombreux pays, cette tension est de 110 V (cf. document). Comparer le diamètre des fils de cuivre dans les installations de ces pays à celle des installations françaises, sachant que la puissance distribuée et la puissance dissipée par effet joule doivent être les mêmes.

3) En France, un utilisateur dont l'installation est caractérisée par une impédance $Z = |Z|e^{j\varphi}$, alimentée sous une tension efficace $U = 220 \text{ V}$, paye au distributeur la puissance moyenne reçue $P = UI \cos \varphi$. On note R_{ligne} la résistance de la ligne électrique acheminant l'électricité jusqu'à l'installation ; calculer la puissance P_{ligne} perdue par le distributeur en fonction de R_{ligne} , P , U et $\cos \varphi$.

Pourquoi aux États-Unis, le poteau électrique de chaque bloc d'habitations (une dizaine de maisons) doit-il être muni d'un transformateur abaisseur à 110 V ? (les grands immeubles ont également tous une cabine de transformation individuelle).

Pourquoi le tarif de l'électricité au kWh augmente-t-il pour des installations plus gourmandes en énergie ? Pourquoi le distributeur impose-t-il aux gros consommateurs de relever le $\cos \varphi$ de leur installation à l'aide de condensateurs si leur installation est trop inductive ? Appuyer le raisonnement sur un diagramme de Fresnel.

réponses : 1) facteur 400 3) $P_{\text{ligne}} = R_{\text{ligne}} \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$

2. Validité du modèle linéaire d'un transformateur

On considère un cadre ferromagnétique de faible section \mathcal{S} , de côtés moyens a et b , que l'on assimile à un tore de même périmètre. Deux bobinages de nombre de spires respectifs N_1 et N_2 parcourus par les courants i_1 et i_2 sont enroulés sur le tore.

On néglige les résistances des bobinages, les fuites magnétiques et les effets d'angle (la section \mathcal{S} est supposée uniforme le long du cadre). Le matériau ferromagnétique est d'abord supposé linéaire.

1) Montrer que les normes de l'induction magnétique \vec{B} et de l'excitation magnétique \vec{H} sont uniformes le long du cadre. Calculer H , puis B (on note μ_r la perméabilité relative du noyau).

2) Calculer les inductances L_1 et L_2 du primaire et du secondaire, ainsi que leur inductance mutuelle M . Donner la relation entre les tensions u_2 (aux bornes du secondaire) et u_1 (aux bornes du primaire).

3) On donne la courbe du cycle d'hystérésis à saturation du matériau ferromagnétique utilisé :

En déduire la valeur approximative de μ_r (on indiquera de quelle manière on le définit), de l'induction à saturation, de l'induction rémanente, de l'excitation coercitive.

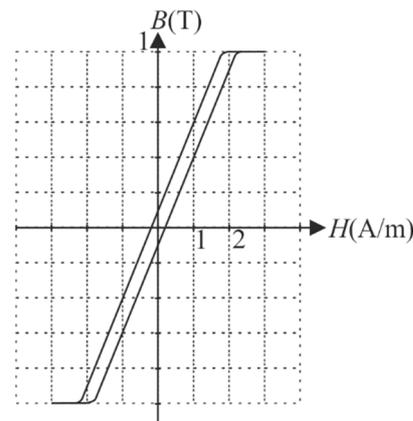
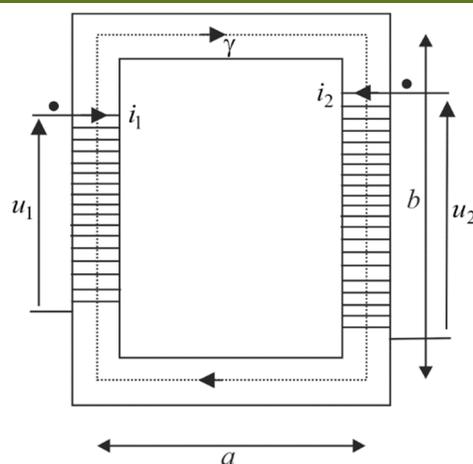
On donne $N_1 = 500$ et $a + b = 10 \text{ cm}$. Quel courant $i_{1\text{max}}$ ne doit-on pas dépasser au primaire à vide ?

4) Le secondaire du transformateur est chargé par une résistance R . Déterminer en régime sinusoïdal forcé la relation entre i_2 et i_1 .

On donne les valeurs numériques suivantes : $N_2 = 1000$; $R = 50 \Omega$; $f = 50 \text{ Hz}$ et $\mathcal{S} = 5 \text{ cm}^2$. Que devient la relation précédente ? Commenter.

Donner alors la relation simplifiée entre \underline{H} et \underline{i}_1 . En déduire la nouvelle valeur maximale en amplitude du courant au primaire $I_{1\text{max}}$. Conclure.

réponses : 3) $i_{1\text{max}} = 0,8 \text{ mA}$ 4) $\underline{i}_2 = -\frac{N_1}{N_2 + \frac{2(a+b)R}{N_2 j\omega\mu_0\mu_r\mathcal{S}}} \underline{i}_1 \approx -\frac{N_1}{N_2} \underline{i}_1$; $I_{1\text{max}} = 6,3 \text{ A}$

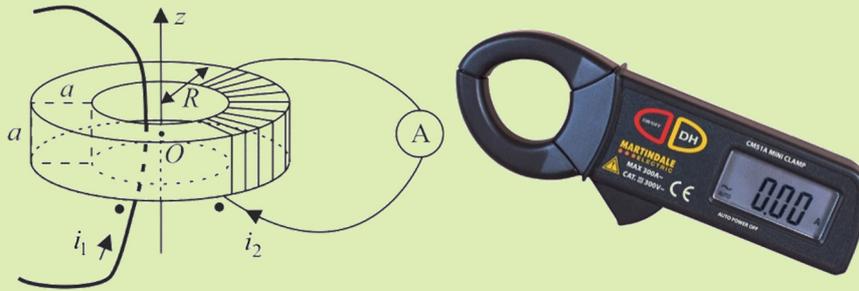


3. Pince ampèremétrique

On utilise une telle pince pour mesurer de grands courants alternatifs sans intervenir sur le circuit étudié. La pince est constituée d'un tore ferromagnétique d'axe Oz qui peut s'ouvrir autour d'une charnière pour enlacer un conducteur parcouru par un courant $i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos \omega t$. Le matériau est linéaire.

N_2 spires (enroulement secondaire) sont régulièrement enroulées sur le tore (par souci de lisibilité, seule une partie de l'enroulement secondaire est représentée sur le schéma ci-après).

CONVERSION ÉLECTROMAGNÉTIQUE STATIQUE : MILIEUX MAGNÉTIQUES ET TRANSFORMATEUR



1) On considère que le matériau est parfaitement ferromagnétique, c'est-à-dire de perméabilité relative $\mu_r \rightarrow \infty$. Un ampèremètre mesure la valeur efficace I_2 du courant qui traverse les N_2 spires. En déduire la valeur de I_1 .

A.N : $N_2 = 50$; $I_1 = 1 \text{ A}$.

2) La perméabilité relative du tore μ_r est grande, mais finie. Le tore est à section carrée de côté a et de rayon moyen R .

— Calculer l'inductance propre L_2 du secondaire.

— Justifier que pour le calcul de l'inductance mutuelle M entre le conducteur et le tore, la forme du conducteur n'intervient pas. En déduire M .

— En déduire la tension efficace U_2 mesurée par un voltmètre (le secondaire est ouvert) aux bornes de la bobine torique si le matériau ferromagnétique est linéaire.

A.N : $R = 1,5 \text{ cm}$; $a = 1 \text{ cm}$; $N_2 = 50$; $\mu_r = 2500$; $I_1 = 1 \text{ A}$; $f = 50 \text{ Hz}$. Calculer M et U_2 .

réponses : 1) $I_1 = N_2 I_2$ 2) $L_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N_2^2 a}{2\pi} \ln \left[\frac{R+a/2}{R-a/2} \right]$; $M = \frac{\mu_0 \mu_r N_2 a}{2\pi} \ln \left[\frac{R+a/2}{R-a/2} \right] = 1,73 \cdot 10^{-4} \text{ H}$; $U_2 = 54,4 \text{ mV}$

4. Étude expérimentale d'un transformateur

Un transformateur porte les indications suivantes sur sa plaque signalétique :

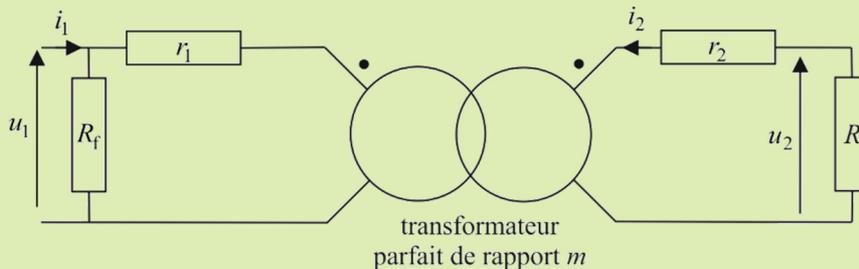
tension nominale primaire $U_{1N} = 127 \text{ V}$
 tension nominale au secondaire $U_{2N} = 220 \text{ V}$
 puissance apparente $S_N = 500 \text{ VA}$
 fréquence $f = 50 \text{ Hz}$
 nombre de spires au secondaire $N_2 = 500$

Ces indications correspondent à une charge purement résistive telle que le rendement soit maximal (la puissance S_N est la puissance fournie au secondaire).

1) En déduire le courant nominal I_{2N} au secondaire.

2) On effectue un essai en continu qui donne $U_1 = 2,0 \text{ V}$ et $I_1 = 1,0 \text{ A}$. Expliquer pourquoi on travaille avec de telles valeurs numériques et ce que l'on peut déduire de ces mesures. La mesure de la résistance du secondaire donne $r_2 = 5,0 \Omega$.

3) Dans les conditions nominales, on ne prend en compte que les résistances des enroulements (pertes cuivre), et les pertes fer, modélisées par un conducteur ohmique de résistance R_f comme représenté sur le schéma ci-dessous :



Montrer que $mu_1 = u_2 - (r_2 + m^2 r_1) i_2$ et construire le diagramme de Fresnel correspondant en prenant u_2 comme référence des phases. En déduire que le rapport de transformation m est solution d'une équation du second degré dont on donnera les solutions numériques. Comparer avec le résultat qu'on obtiendrait dans l'hypothèse d'un transformateur parfait et conclure sur la valeur réelle de m .

4) Des essais sous tension efficace au primaire constante $U_1 = U_{IN} = 127 \text{ V}$ donnent pour l'intensité efficace au secondaire et pour la puissance consommée au primaire :

I_2 (A)	0	0,4	0,8	1,1	1,3	2,27
P_1 (W)	22	105	182	239	288	
P_f (W)						
P_c (W)						
P_2 (W)						
ρ (%)						

Compléter le tableau en calculant les pertes fer P_f , les pertes cuivre P_c , la puissance fournie au secondaire P_2 et le rendement ρ .

Calculer dans les conditions nominales la puissance fournie au primaire et vérifier le bilan énergétique. Calculer le rendement ρ .

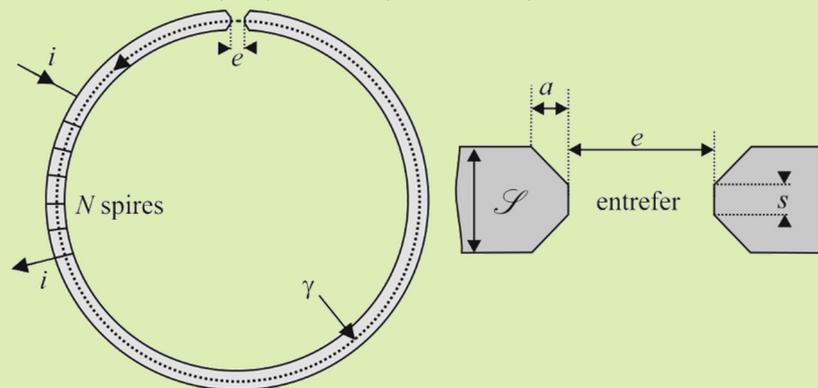
réponses : 1) $I_{2N} = 2,27 \text{ A}$ 2) $r_1 = 2,0 \Omega$ 3) $m = 1,96$ 4) $P_f = 22 \text{ W}$, dans les conditions nominales $I_{IN} = 4,62 \text{ A}$; $P_{IN} = 587 \text{ W}$; $P_c = 65 \text{ W}$; $\rho = 85 \%$

5. Champ magnétique dans l'entrefer d'un électro-aimant

On considère un noyau torique ferromagnétique linéaire pour lequel $\mu_r = 10^3$, de longueur moyenne L et de faible section \mathcal{S} . N spires parcourues par un courant d'intensité i sont enroulées sur le tore et permettent ainsi la magnétisation du noyau.

On réalise un entrefer de longueur $e \ll L$, de section s comme indiqué sur la figure ci-dessous.

On néglige les pertes magnétiques dans le tore. On néglige devant e la longueur a de la portion tronconique du noyau permettant de passer de la section \mathcal{S} à s . On donne $i = 0,1 \text{ A}$, $N = 500$; $L = 60 \text{ cm}$; $e = 1 \text{ mm}$.



1) Déterminer l'intensité B' de l'induction magnétique dans l'entrefer et celle B dans le tore.

2) On pose $\Theta = \oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{OM}$: intensité « magnétomotrice » (circulation de l'excitation magnétique sur le contour fermé moyen dans le tore et l'entrefer).

Faire une analogie entre le circuit magnétique (constitué ici du tore et de l'entrefer) et un circuit fermé de conducteurs ohmiques dans lequel on applique la loi d'Ohm généralisée (le circuit présente une f.e.m induite $e = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{OM}$).

En déduire l'analogie de la résistance, appelée réluctance R_m . Donner l'expression de R_m dans le cas d'un tore sans entrefer, puis avec entrefer, et retrouver les résultats du 1).

3) On se place dans le cas $s = \mathcal{S}$: comment la norme B du champ magnétique est-elle modifiée en présence de l'entrefer ? Commenter à l'aide de l'analogie précédente. Faire l'application numérique. Comparer B avec la valeur B_0 de B sans entrefer.

On prend maintenant $\mathcal{S} = 5 \text{ cm}^2$; $s = 5 \text{ mm}^2$. Calculer B et B' : quel est l'intérêt de réduire la section ?

Quel est l'intérêt de la présence d'un entrefer ?

réponses : 1) $B' = \frac{\mu_0 Ni}{e + \frac{Ls}{\mu_r \mathcal{S}}}$; $B = \frac{\mu_0 Ni}{Ls} \frac{s}{\mathcal{S}}$ 3) sans entrefer, $R_m = \frac{L}{\mu_0 \mu_r \mathcal{S}}$ 3) $B_0 = 105 \text{ mT}$; si $s = \mathcal{S}$, $B' = B = 39 \text{ mT}$

et si $s = \mathcal{S} / 100$, $B = 0,62 \text{ mT}$ et $B' = 62 \text{ mT}$



CONVERSION ÉLECTROMÉCANIQUE

• Contacteur électromagnétique

1. Électro-aimant de levage

On prend $\mu_r \approx 1000$ pour les matériaux ferromagnétiques intervenant.

Évaluer les dimensions et l'intensité du bobinage (d'un millier de spires) d'un électro-aimant de levage capable de soulever une voiture.



2. Forces de Laplace sur un circuit rectangulaire

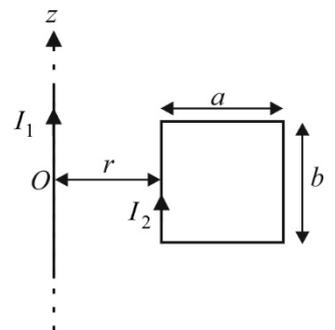
Un circuit rectangulaire de longueur a et de largeur b est parcouru par un courant constant I_2 .

Un fil rectiligne infini parallèle au côté de largeur b , parcouru par un courant constant I_1 est placé dans le plan du circuit, à une distance r du côté de largeur b le plus proche.

1) Faire le calcul direct des forces de Laplace s'exerçant sur le circuit.

2) Calculer l'inductance mutuelle entre la spire et le fil. Donner la forme de l'énergie magnétique U_m du système.

3) Calculer $\left(\frac{\partial U_m}{\partial r}\right)_{I_1, I_2}$ et commenter.



réponses : 1) $\vec{F}_L = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{ab}{r(r+a)} \vec{e}_r = F_{Lr} \vec{e}_r$ 3) $\left(\frac{\partial U_m}{\partial r}\right)_{I_1, I_2} = F_{Lr}$

3. Couple s'exerçant sur un rotor

On considère un système constitué d'un rotor et d'un stator ferromagnétiques.

Sur le rotor est bobiné un circuit d'auto-inductance L_1 et de résistance R_1 parcouru par un courant i_1 et soumis à une tension u_1 (l'orientation respective de u_1 et i_1 correspond à la convention récepteur). La rotation du rotor autour de l'axe Oz , par rapport auquel il possède un moment d'inertie J , est repérée par un angle θ . Il est soumis à des actions extérieures à la machine dont le moment est noté Γ_{ext} , et à une action intérieure électromagnétique dont on cherche à déterminer le moment Γ .

Sur le stator est bobiné un circuit d'auto-inductance L_2 et de résistance R_2 parcouru par un courant i_2 et soumis à une tension u_2 (l'orientation respective de u_2 et i_2 correspond à la convention récepteur).

On note M l'inductance mutuelle des deux circuits.

1) Donner l'expression des flux magnétiques Φ_1 et Φ_2 à travers les deux circuits en fonction des courants, de L_1 , L_2 et M .

Exprimer la loi des mailles pour les deux circuits. En déduire l'expression de la puissance électrique reçue en fonction des courants, des résistances et de Φ_1 et Φ_2 .

2) Faire un bilan de d'énergie à la machine entre t et $t + dt$. Le simplifier en utilisant le théorème de l'énergie cinétique appliqué au rotor et montrer que $i_1 d\Phi_1 + i_2 d\Phi_2 = dU_m + \Gamma d\theta$, où U_m est l'énergie magnétique de la machine.

3) Exprimer les flux ainsi que U_m en fonction des auto-inductances, de M et des courants.

Montrer que l'on a $\Gamma = \left(\frac{\partial U_m}{\partial \theta} \right)_{i_1, i_2}$.

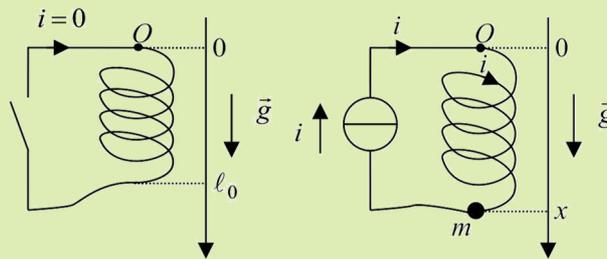
4) Simplifier cette expression dans le cas d'une machine à pôles lisses.

réponses : 1) $p_e = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + i_1 \frac{d\Phi_1}{dt} + i_2 \frac{d\Phi_2}{dt}$

4. Ressort parcouru par un courant

On considère un ressort vertical de masse négligeable, de raideur k , de section \mathcal{S} , de N spires non jointives et de longueur à vide ℓ_0 , attaché en une extrémité O .

On attache un point matériel de masse m en l'extrémité libre du ressort. Un dispositif permet à un courant continu d'intensité i de traverser les spires du ressort. On considérera que la longueur du ressort est, dans tous les cas, suffisamment grande pour pouvoir négliger les effets de bord dans le calcul du champ magnétique créé.



1) Montrer par un bilan énergétique, que le ressort exerce sur la masse, outre une force de rappel, une force $\vec{F} = \left(\frac{\partial U_m}{\partial x} \right)_i \vec{e}_x$, où

U_m est l'énergie magnétique du système {ressort, masse}. Commenter l'influence du signe du courant.

2) Déterminer l'équation différentielle qui régit la longueur x du ressort.

3) Calculer la masse m telle qu'à l'équilibre, le ressort retrouve sa longueur à vide.

réponses : 2) $m = \frac{\mu_0 N^2 \mathcal{S}}{2\ell_0^2 g} i^2$

● Machines à courant continu

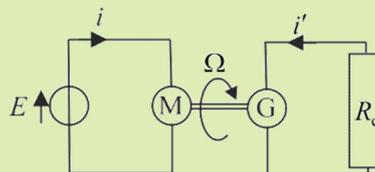
5. Couplage moteur / génératrice à courant continu

Les deux machines à courant continu sont identiques (résistance électrique R , constante de couplage Φ_0). On les couple à l'aide d'un arbre : les deux machines tournent à la même vitesse angulaire Ω .

L'ensemble est soumis à un couple de frottement $-\lambda\Omega$.

On alimente la première machine M, utilisée en moteur, à l'aide d'une source de tension de force électromotrice E constante, et on place une charge résistive (de résistance R_c) aux bornes de la deuxième machine G utilisée comme génératrice.

On se place en régime stationnaire.



1) Donner les équations électriques et mécaniques du système étudié.

2) Déterminer le moment Γ_{ch} du couple résistant total qui s'exerce sur M. Commenter son expression.

3) On pose $\Lambda = 1 + \frac{\lambda R}{\Phi_0^2} + \frac{R}{R + R_c}$. Calculer Ω , i , i' , ainsi que les couples C et C' des actions électromagnétiques sur chaque

rotor, en fonction de E , Λ , Φ_0 , R et R_c . Pour l'application numérique, on prend $E = 100 \text{ V}$; $R = 1 \Omega$; $\Phi_0 = 1 \text{ Wb}$; $R_c = 100 \Omega$; $\lambda = 0,01 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

4) Faire un bilan de puissance sur le système étudié. Donner les valeurs numériques de chaque puissance calculée.

réponses : 2) $\Gamma_{\text{ch}} = -\left[\lambda + \frac{\Phi_0^2}{R + R_c}\right]\Omega$ 4) la puissance fournie par le générateur est dissipée par effet Joule et par frottements fluides

6. Identification des caractéristiques d'un moteur à courant continu

Le rotor a un moment d'inertie $J_{\Delta} = 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. On place des capteurs qui mesurent la tension appliquée U , l'intensité I , et la vitesse angulaire Ω . Les frottements sont modélisés par un couple de moment $-\lambda\Omega$.

- 1) Préciser la nature des capteurs utilisés.
- 2) On effectue quatre essais différents, dont on donne les résultats :

— Premier essai : rotor bloqué, régime stationnaire

$U(\text{V})$	1,00	3,00	6,00
$I(\text{A})$	0,167	0,50	1,01

— Deuxième essai : rotor libre (moteur à vide), régime stationnaire

$U(\text{V})$	2,00	4,00	6,00
$\Omega(\text{tours/min})$	584	1169	1753

— Troisième essai (lâcher) : on ouvre le circuit d'alimentation du rotor. Ω décroît de 1700 à 850 tours/min en 6,9 s.

— Quatrième essai : on applique à $t = 0$ un échelon de tension $U = 3,0 \text{ V}$. On constate que Ω suit alors la loi $\Omega = \Omega_{\infty} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$

et on obtient d'après la courbe tracée $\Omega_{\infty} = 810 \pm 80 \text{ tours/min}$ et $\tau = (6,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

En déduire la résistance d'induit R , le coefficient de frottement λ , et la constante de couplage Φ_0 .

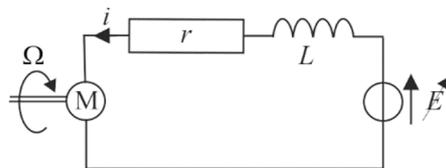
réponses : 2) $R = 5,9 \Omega$; $\lambda = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$; $\Phi_0 = 0,0325 \text{ Wb}$

7. Asservissement d'un moteur à courant continu

On utilise une machine à courant continu de constante de couplage Φ_0 pour réguler la vitesse de rotation d'un arbre solidaire de l'axe Δ du rotor. L'arbre tourne à la vitesse angulaire Ω et exerce un couple de moment $\Gamma_{\Delta} > 0$ sur le rotor.

On note J_{Δ} le moment d'inertie du rotor.

On obtient la régulation en insérant la machine dans un circuit série qui comprend une résistance r (incluant la résistance de la machine) et une inductance L (incluant l'inductance de la machine) et une source de tension de f.e.m E ajustable.



- 1) Établir les équations électriques et mécaniques du système.
- 2) Réglage du talon : en régime permanent, on veut $\Omega = \Omega_0$ quand $\Gamma_{\Delta} = \Gamma_0$ et $E = 0$. Calculer la valeur i_0 de l'intensité pour ce régime permanent. La machine fonctionne-t-elle en moteur ou en génératrice ? Calculer la valeur que doit prendre r . On conserve cette valeur par la suite.
- 3) À $t = 0$, Γ_{Δ} passe de Γ_0 à $\Gamma_0 + \Delta\Gamma$. Une génératrice tachymétrique permet de mesurer la vitesse angulaire. Comment obtenir une source de tension commandée par $\Delta\Gamma$ (soit $E = k\Delta\Gamma$) ? Établir l'expression de k en fonction de Ω_0 et i_0 pour que s'établisse un nouveau régime permanent tel que $\Omega = \Omega_0$. Interpréter le signe de k .
- 4) Déterminer l'équation différentielle du second ordre à coefficients constants vérifiée par $\Omega(t)$. On prendra comme paramètres les grandeurs L, k, J_{Δ} et r .

On veut que le passage entre les deux régimes permanents se fasse selon le régime critique. Expliquer pourquoi et déterminer la valeur correspondante de L . Donner également la valeur de la constante de temps de ce régime et tracer $\Omega(t)$.

réponses : 1) $L \frac{di}{dt} + ri = E - \Phi_0 \Omega$; $J_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_\Delta + \Phi_0 i$ 2) $i_0 = -\frac{\Gamma_0}{\Phi_0} < 0$; $r = \frac{\Phi_0^2 \Omega_0}{\Gamma_0}$ 3) $k = \frac{\Omega_0}{i_0} = -\frac{\Phi_0 \Omega_0}{\Gamma_0} < 0$

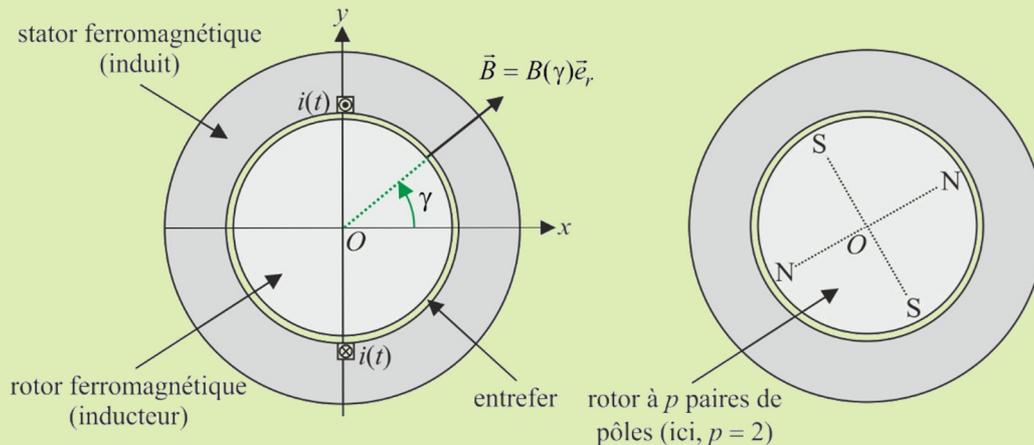
4) $L_0 = \frac{k^2 J_\Delta}{4}$; $\tau = \frac{2L_0}{r}$

• Machines synchrones

8. Identification des caractéristiques d'un moteur synchrone

On étudie un moteur synchrone diphasé monopolaire. Le rotor est parcouru par un courant continu d'intensité I_r dont on garde la valeur fixe pendant tout l'essai. Les deux phases du stator sont identiques, d'inductance L et de résistance négligeable et parcourues par des courants sinusoïdaux de même pulsation ω en quadrature de phase, de même valeur efficace I .

1) Quelle est l'expression du champ magnétique créé dans l'entrefer par une phase du stator constitué d'une seule spire parcourue par un courant d'intensité i avec les mêmes hypothèses que dans le cours (pôles lisses, épaisseur e de l'entrefer, rayon a et longueur ℓ du rotor vérifiant $e \ll a \ll \ell$, $\mu_r \rightarrow \infty$). On l'exprimera en fonction de l'angle γ défini sur le schéma ci-dessous. Tracer la courbe correspondante pour $\gamma \in [-3\pi/2, 3\pi/2]$.



Tracer sur le même graphe la courbe qu'on obtiendrait en rajoutant deux spires en série avec la première, l'une décalée angulairement de $-\pi/3$, l'autre de $\pi/3$. Effectuez le développement en série de Fourier du champ résultant $B(\gamma)$ et commentez.

2) Le rotor vu en cours était dipolaire (une seule paire de pôles). On peut créer des rotors à p paires de pôles (il faut alors également p paires de pôles au stator). Par exemple un rotor quadripolaire contient 2 pôles Nord et deux pôles Sud comme indiqué ci-dessus. Pour une seule paire de pôles, les champs magnétiques statorique et rotorique s'écrivent :

$\vec{B}_s = B_{s \max} \cos(\gamma - \omega t) \vec{e}_r$ et $\vec{B}_r = B_{r \max} \cos(\gamma - \theta) \vec{e}_r$, où θ est l'angle dont tourne le rotor. Donner l'expression de ces champs lorsqu'il y a p paires de pôles au stator et au rotor. En déduire la vitesse de rotation ω_s du champ statorique.

Calculer la partie fluctuante $\tilde{U}_m(\theta)$ de l'énergie magnétique de la machine (le terme de U_m qui dépend de θ). En déduire le couple des actions électromagnétiques qui s'exerce sur le rotor. En déduire la vitesse de rotation $\Omega = \dot{\theta}$ du rotor en fonction de p et ω .

En raisonnant sur une génératrice synchrone, retrouver la relation entre la vitesse angulaire Ω du rotor et la pulsation des courants induits dans les phases du stator.

Pourquoi beaucoup de machines tournantes ont en Europe une vitesse de rotation de $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ contre $3600 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ en Amérique du Nord ?

3) En notation complexe, \underline{u} est la tension d'alimentation d'une phase du stator, \underline{i} son intensité et \underline{e} sa force contre-électromotrice. Représenter son schéma électrique.

Justifier que la valeur efficace de la f.c.e.m s'écrit $E = \Phi_0 \Omega$. Quelle est la dimension de Φ_0 ? De quels paramètres dépend-il ?

4) On fait tourner le rotor à l'aide d'un moteur auxiliaire qui impose $\Omega = 6,0 \cdot 10^3 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$. On réalise :

— un essai en circuit ouvert (les phases du stator ne débitent aucun courant). On mesure $E = 120 \text{ V}$;

— un essai où on court-circuite les phases. On mesure avec un ampèremètre la valeur efficace du courant dans une phase qui vaut $I_{cc} = 120 \text{ A}$.

En déduire les caractéristiques de la machine (qui ne contient qu'une paire de pôles).

réponses : 4) $\Phi = 0,19 \text{ Wb}$, $L = 1,6 \text{ mH}$



CONVERSION ÉLECTRONIQUE

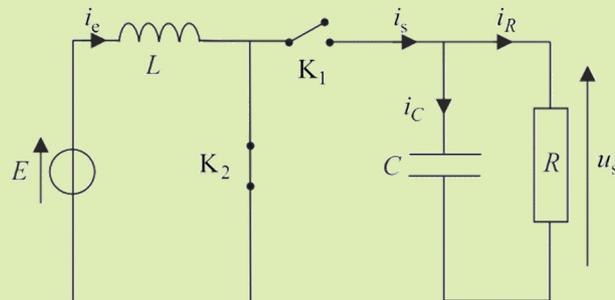
• Hacheurs

1. Hacheur survolteur / Alimentation à découpage « boost »

Les alimentations à découpage sont d'utilisation très fréquente (alimentation de téléphone portable, d'ordinateur...). On considère le convertisseur ci-contre entre une source de tension de f.e.m E et une charge résistive R .

Pour $t \in]0, \alpha T[$, K_1 est ouvert, K_2 fermé ; pour $t \in]\alpha T, T[$ c'est l'inverse.

On prend $T = 50 \mu s$ et $E = 40 V$.



1) Quelle est la nature de ce convertisseur ?

On suppose d'abord C suffisamment grande pour que l'association R/C puisse être considérée comme une source de tension de valeur $u_s = E'$ (on néglige l'ondulation en tension à ses bornes).

2) Étudier l'évolution de $i_e(t)$ sur une période et en déduire la valeur de E' permettant d'avoir un fonctionnement périodique. Commenter. Représenter $i_e(t)$ et calculer $\Delta i_e = i_{e \max} - i_{e \min}$

3) On veut obtenir $E' = 80 V$ avec une variation de courant dans la bobine $\Delta i_e \leq 0,2 A$. Déterminer α puis la valeur minimale L_{\min} de l'inductance L .

4) Lorsque la puissance moyenne échangée est $P = 160 W$, déterminer les valeurs minimale et maximale de l'intensité dans la bobine si l'on prend $L = L_{\min}$. Quelle est la nature des interrupteurs K_1 et K_2 ? Justifier le nom : hacheur parallèle, que l'on donne parfois à ce montage.

On tient maintenant compte de la structure R/C de la source de sortie, avec $R = 40 \Omega$. L'ondulation maximale Δu_s de la tension de sortie doit rester inférieure à 1 V.

5) Écrire les deux équations différentielles qui régissent $u_s(t)$ selon l'intervalle de temps $]0, \alpha T[$ ou $]\alpha T, T[$. Représenter l'allure de $u_s(t)$.

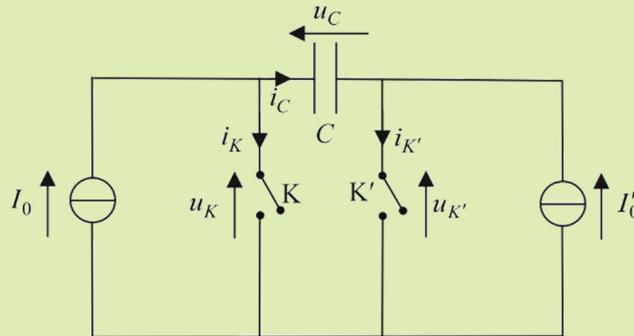
6) En supposant que l'ondulation en tension est très faible devant la valeur moyenne de u_s qui reste donc égale à la valeur trouvée au 2), calculer Δu_s , ainsi que la valeur minimale que l'on doit prendre pour la capacité C du condensateur.

Calculer également $u_{s \max}$ et $u_{s \min}$.

réponses : 2) $E' = \frac{E}{1-\alpha} > E$; $\Delta i_e = \frac{E\alpha T}{L}$ 3) $L_{\min} = 5 \text{ mH}$ 4) $i_{e \max} = 4,1 A$ $i_{e \min} = 3,9 A$; K_1 diode ; K_2 transistor e) $]0, \alpha T[$: décroissance exponentielle, $]\alpha T, T[$: croissance pseudo-périodique, critique ou apériodique, de toutes façons on a $u_s(t)$ en triangles car $T \ll RC$ 6) $C_{\min} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{ET}{R\Delta u_{s \max}} = 50 \mu F$; $u_{s \max} = 80,5 V$; $u_{s \min} = 79,5 V$

2. Convertisseur indirect courant-courant

On considère le montage ci-dessous appelé hacheur à accumulation capacitive, le cycle périodique de commande étant :
 Pour $0 < t < \alpha T$: K fermé, K' ouvert.
 Pour $\alpha T < t < T$: K ouvert, K' fermé.



- 1) Peut-on laisser simultanément les deux interrupteurs dans le même état ? Justifier la réponse.
- 2) On appelle U_m la valeur minimale de la tension aux bornes du condensateur et U_M la valeur maximale en régime permanent. Étudier les variations de u_C , u_K , $u_{K'}$, i_C , i_K et $i_{K'}$. Les représenter.
- 3) Indiquer la relation qui doit exister entre I_0 , I'_0 et α pour que le régime permanent soit possible.
- 4) Calculer la puissance moyenne fournie par la source d'entrée puis la puissance moyenne consommée par la source de sortie. Commenter.
- 5) En déduire les caractéristiques tension-courant des deux interrupteurs et indiquer à l'aide de quels composants électroniques ils peuvent être réalisés. Dessiner le montage correspondant.

réponses : 2) $0 < t < \alpha T$: $u_C = U_M - \frac{I'_0}{C}t$; $\alpha T < t < T$: $u_C = U_m + \frac{I_0}{C}(t - \alpha T)$ 3) $I'_0 = \frac{1-\alpha}{\alpha}I_0$

4) $P_s = P_e = (1-\alpha)\frac{U_M + U_m}{2}I_0$ 5) K fonction transistor, K' diode

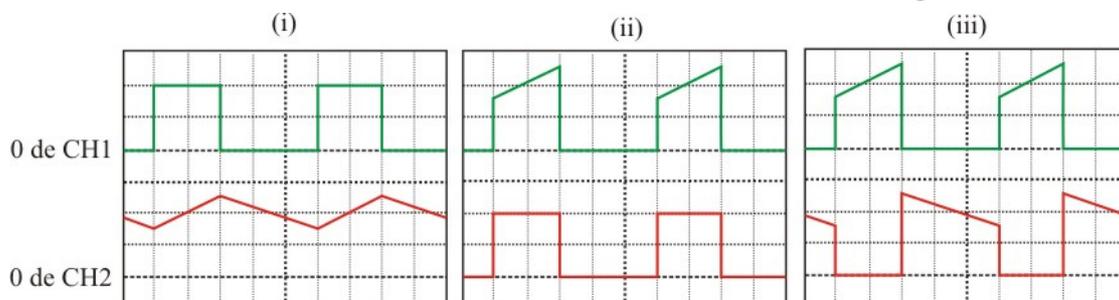
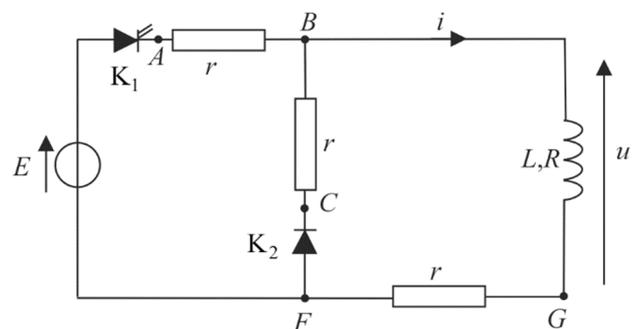
3. Étude expérimentale d'un hacheur série

On réalise le montage ci-contre permettant l'alimentation d'une charge inductive par une tension continue à l'aide d'un hacheur série. Les résistances $r = 0,1\Omega$ seront négligées dans l'étude théorique du montage.

On utilise trois branchements différents pour l'oscilloscope :

- (1) : A \rightarrow CH1, B \rightarrow masse, C \rightarrow CH2
- (2) : B \rightarrow CH1, G \rightarrow masse, F \rightarrow CH2
- (3) : A \rightarrow CH1, B \rightarrow masse, G \rightarrow CH2

On relève les trois oscillogrammes ci-dessous selon les trois branchements différents utilisés.



Sensibilités CH1: 20V / div
CH2: 20mV / div

Base de temps (pour toutes les courbes): 0,5 ms / div

Sensibilités CH1: 20mV / div
CH2: 20V / div

Sensibilités CH1: 20mV / div
CH2: 20mV / div

- 1) Associer les trois branchements suivants aux oscillogrammes précédents (on indiquera les cas où il est nécessaire d'inverser la voie CH2).

On ne suppose pas pour le moment que la période de hachage est très petite devant $\tau = \frac{L}{R}$

2) La période du signal est notée T . On prend comme origine des temps le début de la conduction du transistor et on note αT l'instant où il se bloque. Établir l'expression de $i(t)$ dans chaque intervalle en fonction de I_{\max} , de I_{\min} et des constantes du problème.

3) Donner les expressions de la tension moyenne $U = \langle u \rangle$ aux bornes de la charge et du courant moyen $I = \langle i \rangle$ dans la charge.

4) Exprimer, toujours sans approximation, I_{\min} , I_{\max} et l'ondulation Δi du courant dans la charge en fonction de E , R , T , α et $\tau = \frac{L}{R}$.

Montrer à l'aide d'un développement limité que $\Delta i = \frac{\alpha(1-\alpha)ET}{L}$ si $T \ll \tau$. Commenter la validité de l'approximation.

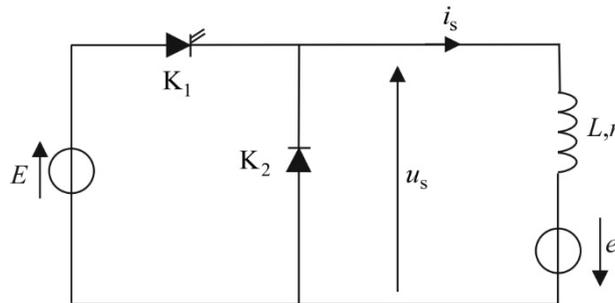
5) Dédurre des oscillogrammes les valeurs de T , α , E , L et R .

réponses : 1) (1) \leftrightarrow (iii) ; (2) \leftrightarrow (i) en inversant CH2 ; (3) \leftrightarrow (ii) en inversant CH2 4) $I_{\min} = \frac{E}{R} \left[1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right] / \left[e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right] e^{-\frac{\alpha T}{\tau}}$;

$I_{\max} = \frac{E}{R} \left[1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right] / \left[e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right] e^{\frac{T}{\tau}}$ 5) $R = 40 \Omega$; $L = 0,12 \text{ H}$

4. Fonctionnement discontinu d'un hacheur

Le hacheur est alimenté par une source de tension de f.e.m constante E et connecté à un récepteur (L, r, e) . La fréquence f de hachage est grande devant le rapport $\frac{r}{L}$.



1) Quelles sont les caractéristiques du courant de sortie $i_s(t)$? Comment évolue-t-il quand le rapport cyclique α varie ?

2) Déterminer la valeur critique de α pour laquelle i_s s'annule périodiquement. En tenant compte de la valeur de f , en déduire son expression simplifiée α_c . Donner une interprétation physique directe de α_c .

Quel intérêt présente le hacheur par rapport à une connexion directe du récepteur sur un générateur de tension αE réglable ?

On se place par la suite dans le cas où $\alpha < \alpha_c$.

3) Déterminer l'intensité maximale i_{\max} de i_s et l'amplitude d'ondulation Δi en fonction de E , e , α , L et f .

4) Calculer la durée βT de la phase de décroissance du courant et celle γT de la phase d'annulation. Retrouver la condition de mode discontinu.

5) Calculer l'intensité moyenne I_0 de i_s et la puissance moyenne transférée P . Quelles différences présentent-elles avec celles du mode continu ?

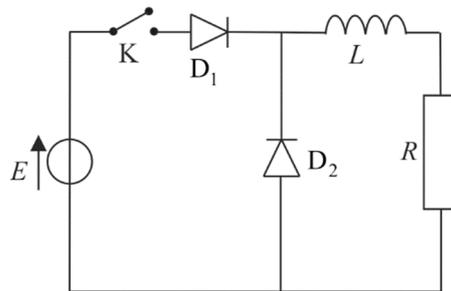
6) Que vaut le rendement de conversion de puissance entre la source de tension d'entrée et la source de courant en sortie ? Expliquer le résultat.

réponses : 2) $\alpha_c = -\frac{e}{E}$ 3) $i_{\max} = \Delta i = \frac{\alpha T}{L} (E + e)$ 4) $\beta = -\frac{E + e}{e} \alpha$ 5) $I_0 = -\frac{\alpha^2 T}{2L} \frac{E(E + e)}{e}$; $P = -e I_0$

5. Diode de roue libre

On considère un système de masse totale m formé d'un cycliste et de sa bicyclette roulant sans glisser sur le plan horizontal xOy , la bicyclette restant dans le plan zOx . Les deux roues ont même rayon a , un moment d'inertie J par rapport à leur axe ; on note ω leur vitesse angulaire de rotation. Le centre d'inertie G du système se déplace avec le vecteur $\vec{v} = v\vec{e}_x$. L'air exerce une force $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ sur le système. Le cycliste exerce sur la roue arrière par l'intermédiaire de la pédale et de la chaîne un couple constant de moment $\vec{\Gamma} = \Gamma\vec{e}_y$. L'accélération de la pesanteur est notée g .

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v . La retrouver par un raisonnement énergétique.
- 2) Trouver un circuit électrique (composé d'une source idéale de tension de f.e.m E , d'un conducteur ohmique de résistance R , d'une bobine idéale d'inductance L) analogue au système mécanique étudié. Déterminer les grandeurs *duales* de ces deux systèmes.
- 3) Quand le cycliste atteint la vitesse v_1 , il cesse de pédaler (il se met en "roue libre"). Il reprend le pédalage lorsque la vitesse devient $v_2 < v_1$ et recommence périodiquement avec une période T . Tracer la loi $v(t)$.
- 4) Montrer que le circuit électrique de la figure ci-dessous analogue au système mécanique étudié (les diodes sont idéales ; l'interrupteur K est actionné périodiquement : ouvert pendant une durée αT , puis fermé pendant $(1-\alpha)T$. Quelle diode est-elle appelée diode de roue libre ? Que se passe-t-il si elle est absente ?

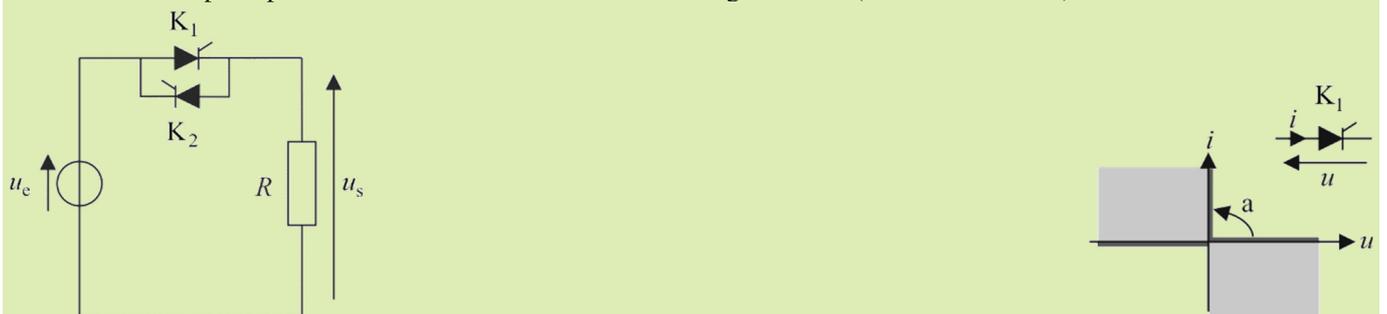


réponses : 1) $\left[m + 2\frac{J}{a^2} \right] \frac{dv}{dt} + \lambda v = \frac{\Gamma}{a}$ 2) D_2 diode de roue libre

• Autres convertisseurs

6. Gradateur

Un gradateur permet d'effectuer une conversion électronique de puissance alternatif / alternatif. Il est notamment utilisé pour moduler l'intensité lumineuse fournie par une lampe destinée à fonctionner sur la tension du secteur. On illustre ici son principe de fonctionnement sur le cas d'une charge résistive (schéma ci-dessous).



K_1 et K_2 sont des thyristors supposés idéaux. On donne la caractéristique de K_1 ci-dessus.

K_1 se comporte donc comme une diode lorsqu'il est polarisé « en inverse » ($u < 0$) et ne peut donc pas conduire même si un signal d'amorçage est envoyé, et comme un transistor lorsqu'il est polarisé « en direct » ($u \geq 0$) sauf qu'il n'est commandé qu'à la fermeture, pas à l'ouverture (il reste passant tant que $i > 0$ et se bloque spontanément quand i s'annule).

Les deux thyristors sont commandés simultanément à une fréquence $f' = \frac{1}{T'}$, deux fois plus grande que la fréquence $f = 50$ Hz de la tension $u_e(t) = U_e \sqrt{2} \sin(2\pi f t)$ appliquée : ils reçoivent le signal d'amorçage à $t = \frac{\alpha}{\pi} T'$ (α compris entre 0 et π est appelé angle de retard à l'amorçage).

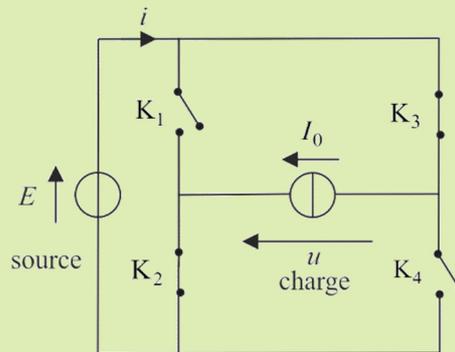
1) Représenter pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ sur le même graphe le signal sinusoïdal de secteur $u_e(t)$ de valeur efficace $U_e = 230\text{ V}$ et le signal $u_s(t)$ aux bornes de la charge.

2) Montrer que la valeur efficace de $u_s(t)$ est $U_s = U_e \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}$. Conclure.

réponses : 1) un thyristor est bloqué quand polarisé en inverse, il le reste même lorsqu'il est polarisé en direct tant qu'il ne reçoit pas le signal d'amorçage $\Rightarrow u_s = 0$ pour $t \in \left] 0, \frac{\alpha}{\pi} T' \right[\cup \left] T', T' + \frac{\alpha}{\pi} T' \right[$ et $u_s = u_e$ pour $t \in \left] \frac{\alpha}{\pi} T', T' \right[\cup \left] T' + \frac{\alpha}{\pi} T', 2T' = T \right[$

7. Principe d'un onduleur autonome

Un onduleur est un convertisseur électronique permettant de transférer de la puissance d'une source continue vers une source alternative. On se propose ici d'étudier le cas d'un onduleur à quatre interrupteurs, fonctionnant entre une source de tension parfaite en entrée et une source de courant parfaite en sortie. On cherche à obtenir autant que possible une tension alternative aux bornes de la source de sortie. Les régimes étudiés sont T -périodiques.



1) Commande simultanée.

La commande est la suivante :

Pour $t \in \left] 0, \frac{T}{2} \right[$, K_1 et K_4 sont fermés, K_2 et K_3 sont ouverts ; pour $t \in \left] \frac{T}{2}, T \right[$ K_1 et K_4 sont ouverts, K_2 et K_3 sont fermés.

Tracer l'allure de la tension u aux bornes de la charge. Effectuer la décomposition en série de Fourier de ce signal et déterminer le rapport des amplitudes de l'harmonique de rang n et du fondamental.

2) Commande décalée.

τ est une durée inférieure à $\frac{T}{2}$. La commande est la suivante :

K_1 fermé pour $t \in \left] 0, \frac{T}{2} \right[$ et K_2 fermé pour $t \in \left] \frac{T}{2}, T \right[$; K_4 fermé pour $t \in \left] \tau, \frac{T}{2} + \tau \right[$ et K_3 fermé $t \in \left] \frac{T}{2} + \tau, T + \tau \right[$

Tracer l'allure de $u(t)$. Effectuer la décomposition en série de Fourier de ce signal. Afin de simplifier les calculs, on procédera à un changement d'origine des temps de façon à obtenir $u(t)$ impaire. On pose $\Omega = \frac{2\pi}{T}$

Montrer que l'on peut annuler l'harmonique de rang 3. Pour quelle valeur de τ ? Conclure sur l'intérêt de la commande décalée.

réponses : 2) $\tau = \frac{T}{6}$