

2. OSCILLATEURS QUASI-SINUSOÏDAUX

2.1 Exemple fondamental : oscillateur à pont de Wien

dans un oscillateur quasi-sinusoidal :

>>> la *chaîne d'action* est constituée par un circuit actif (alimenté) stable, sans composant non linéaire, et qui peut donc fonctionner dans le domaine linéaire

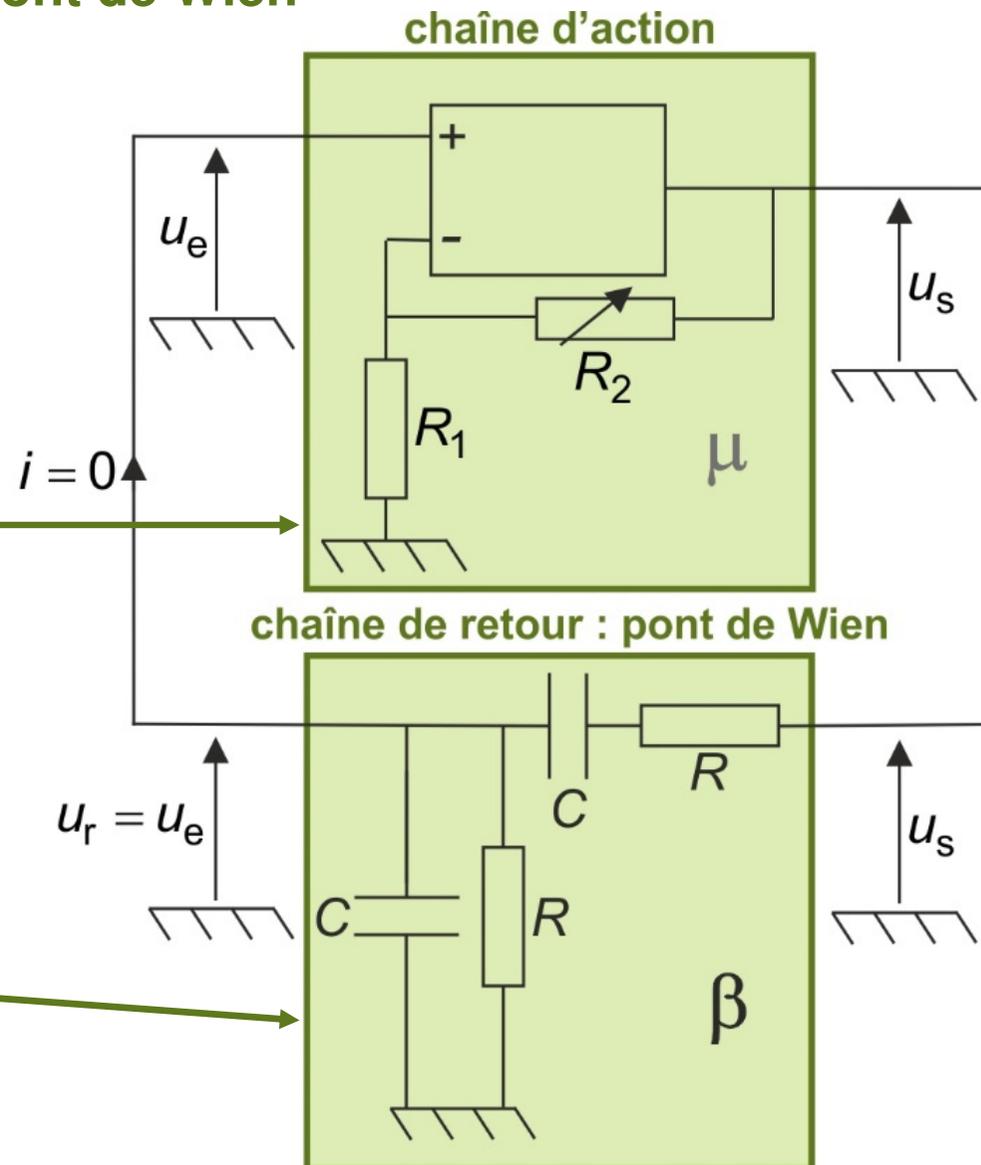
ici : **amplificateur non inverseur**

$$\mu = \frac{u_s}{u_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

>>> l'oscillateur est obtenu en bouclant par une chaîne de retour linéaire, active ou non

ici : **filtre (ou pont) de Wien**

$$\beta = \frac{u_e}{u_s} = \frac{1}{3 + j \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right]} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$



2.2 Équations du système

chaîne de retour :

$$\beta = \frac{u_e}{u_s} = \frac{1}{3 + j \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right]} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 3j \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \leftrightarrow \frac{d^2 u_e}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{du_e}{dt} + \omega_0^2 u_e = \omega_0 \frac{du_s}{dt}$$

chaîne d'action :

- $u_s = \left[1 + \frac{R_2}{R_1} \right] u_e = \mu u_e$ si l'A.L.I est en fonctionnement linéaire, soit si :

$$-V_{\text{sat}} < u_s < V_{\text{sat}} \Leftrightarrow -\frac{V_{\text{sat}}}{\mu} < u_e < \frac{V_{\text{sat}}}{\mu}$$

- $u_s = +V_{\text{sat}}$ si $u_e > \frac{V_{\text{sat}}}{\mu}$
 - $u_s = -V_{\text{sat}}$ si $u_e < -\frac{V_{\text{sat}}}{\mu}$
- si l'A.L.I est saturé

$$\mu = \left[1 + \frac{R_2}{R_1} \right]$$

2.3 Démarrage des oscillations

bruit de fond \Rightarrow les conditions initiales $\begin{cases} u_e(0^+) \neq 0 \\ \frac{du_e}{dt}(0^+) \end{cases}$ mais $-\frac{V_{\text{sat}}}{\mu} \leq u_e(0^+) \leq \frac{V_{\text{sat}}}{\mu}$

\Rightarrow A.L.I en fonctionnement linéaire : $u_s = \mu u_e$

$$\frac{d^2 u_e}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{du_e}{dt} + \omega_0^2 u_e = \omega_0 \frac{du_s}{dt} \text{ devient :}$$

$$\frac{d^2 u_e}{dt^2} + \omega_0 [3 - \mu] \frac{du_e}{dt} + \omega_0^2 u_e = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2 u_e}{dt^2} + \omega_0 \left[2 - \frac{R_2}{R_1} \right] \frac{du_e}{dt} + \omega_0^2 u_e = 0$$

coefficient d'amortissement $\sigma = \frac{1}{2} \left[2 - \frac{R_2}{R_1} \right]$

$$\sigma = \frac{1}{2} \left[2 - \frac{R_2}{R_1} \right]$$

on en conclut que :

- si $\frac{R_2}{R_1} < 2$, $\sigma > 0$ le régime est amorti, les signaux restent du bruit de fond
- si $\frac{R_2}{R_1} > 2$, $\sigma < 0$ le régime est amplifié, les signaux divergent : un signal naît

on n'a donc un oscillateur que si $\frac{R_2}{R_1} > 2$

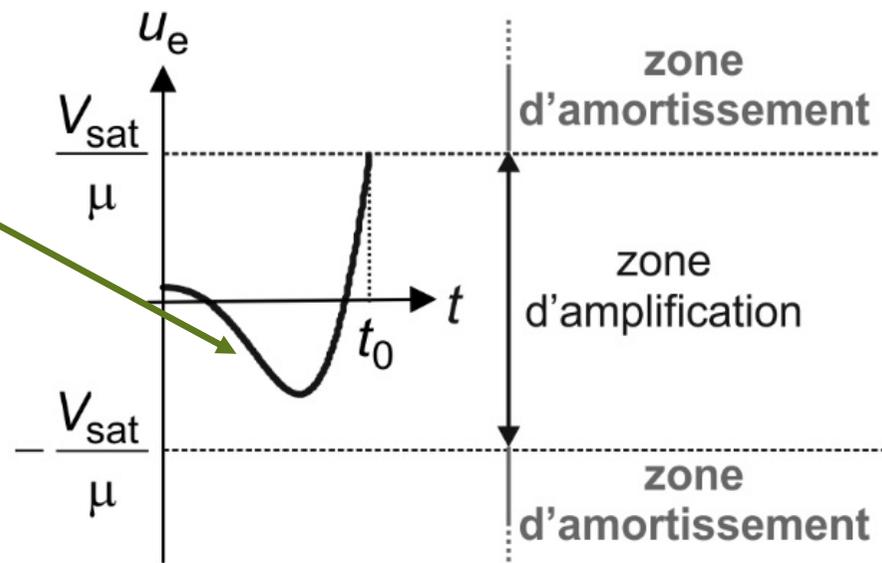
on se place dans ce cas pour la suite

1. oscillateur alimenté à partir de $t = 0$

$\Rightarrow u_e$ est **amplifié**

2. $|u_e|$ devient supérieur à $\frac{V_{sat}}{\mu}$

par exemple, $u_e = +\frac{V_{sat}}{\mu}$ à $t_0 \Rightarrow u_s = +V_{sat}$



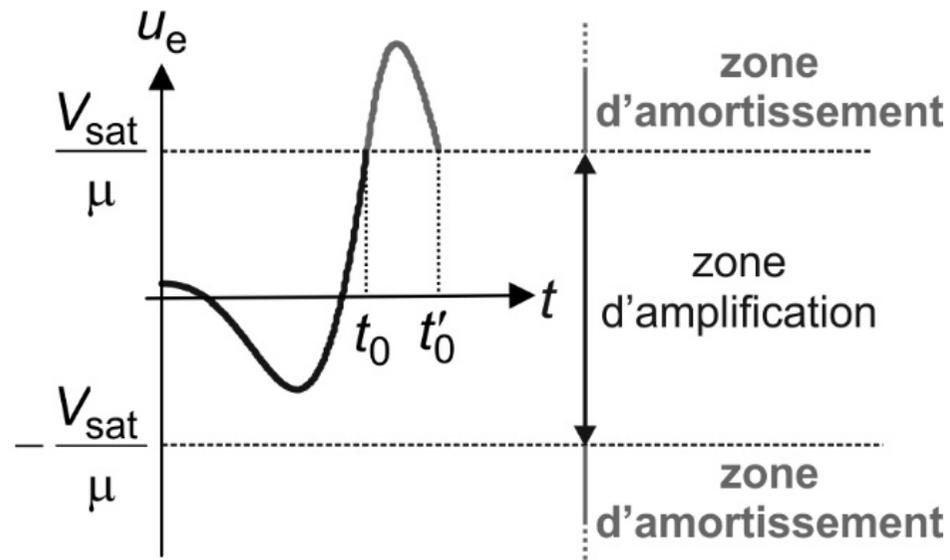
u_e est maintenant régie par : $\frac{d^2 u_e}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{du_e}{dt} + \omega_0^2 u_e = 0$

$\Rightarrow u_e$ est **amorti** jusqu'à t_0 tel que $u_e < \frac{V_{sat}}{\mu}$

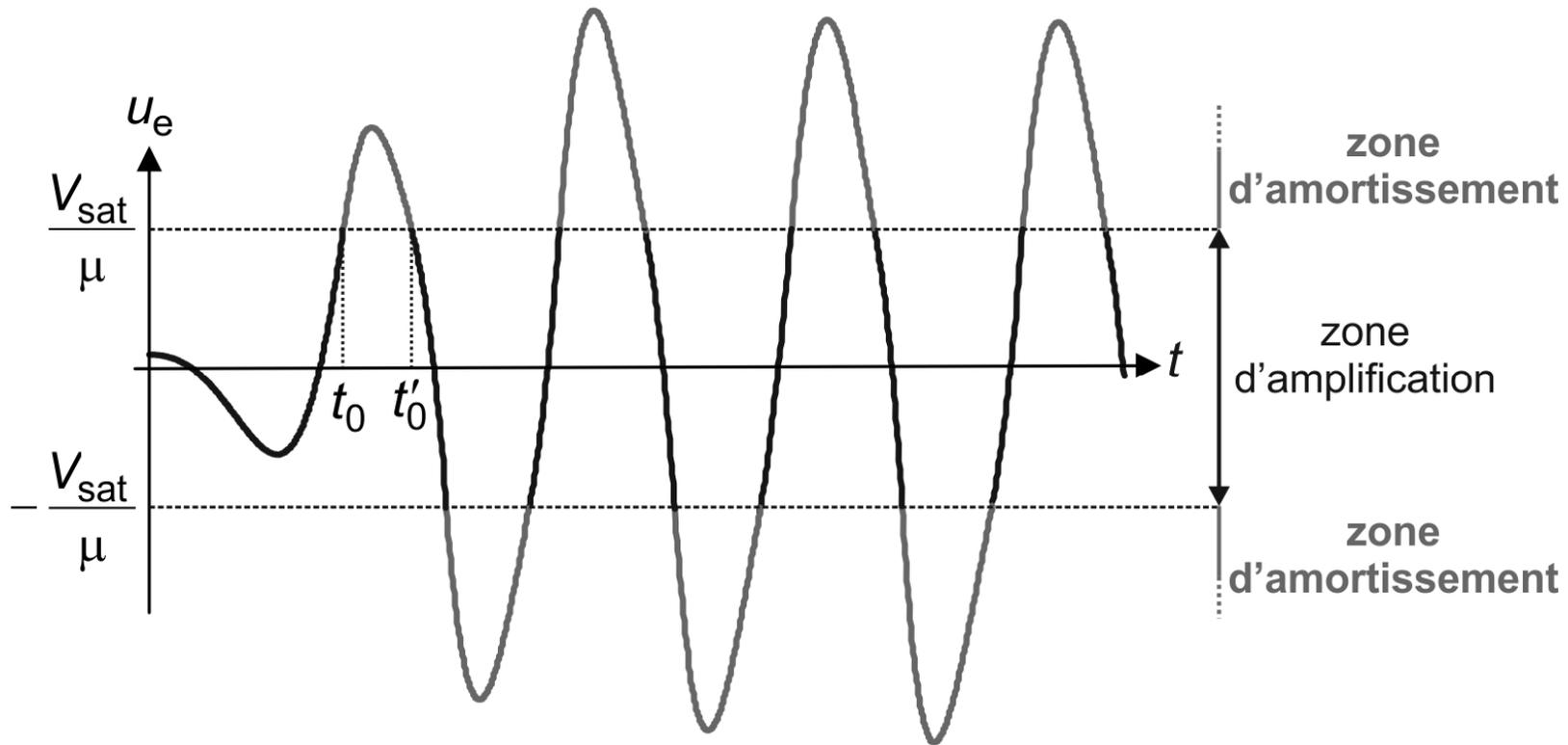
3. $|u_e|$ redevient inférieur à $\frac{V_{sat}}{\mu}$

$\Rightarrow u_e$ est **amplifié**

etc.

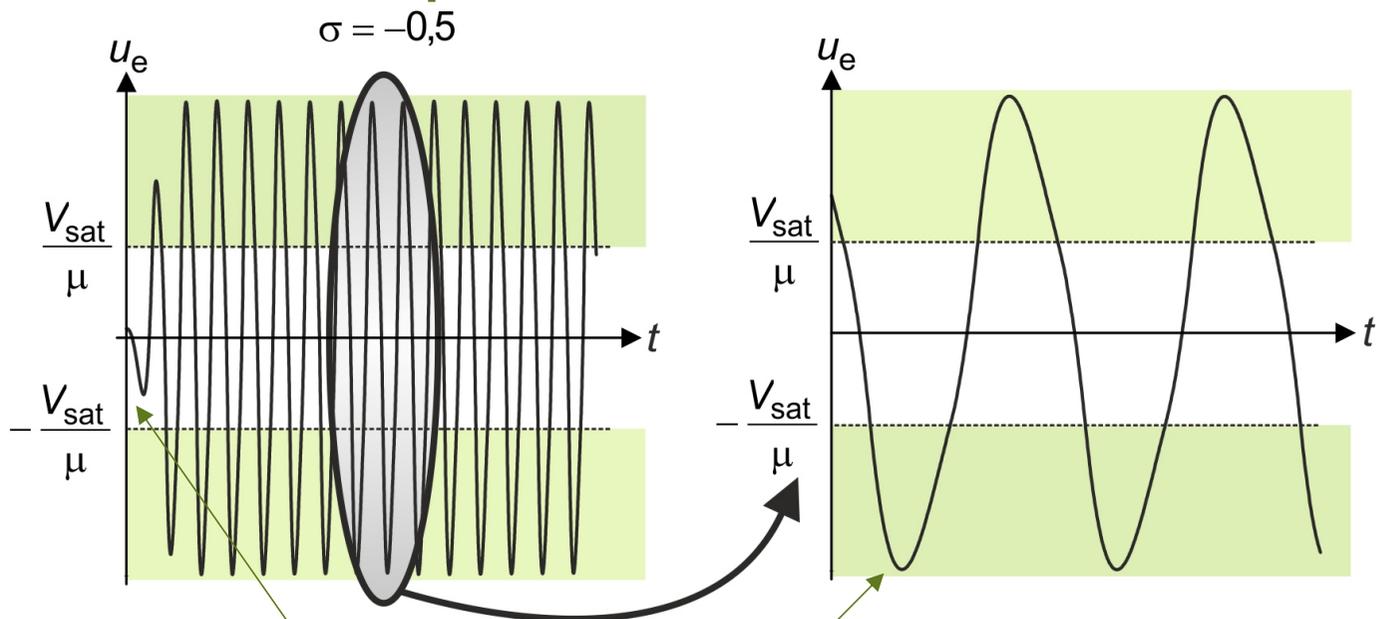


le système oscille donc et atteint un régime **périodique** :



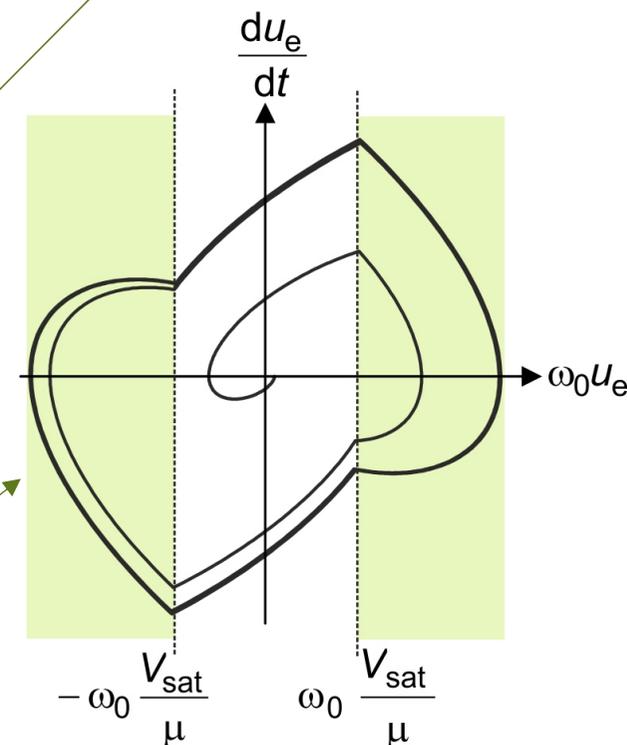
2.4 Simulations / conditions d'oscillations quasi-sinusoidales

- $\sigma = -0,5$: "loin" de 0

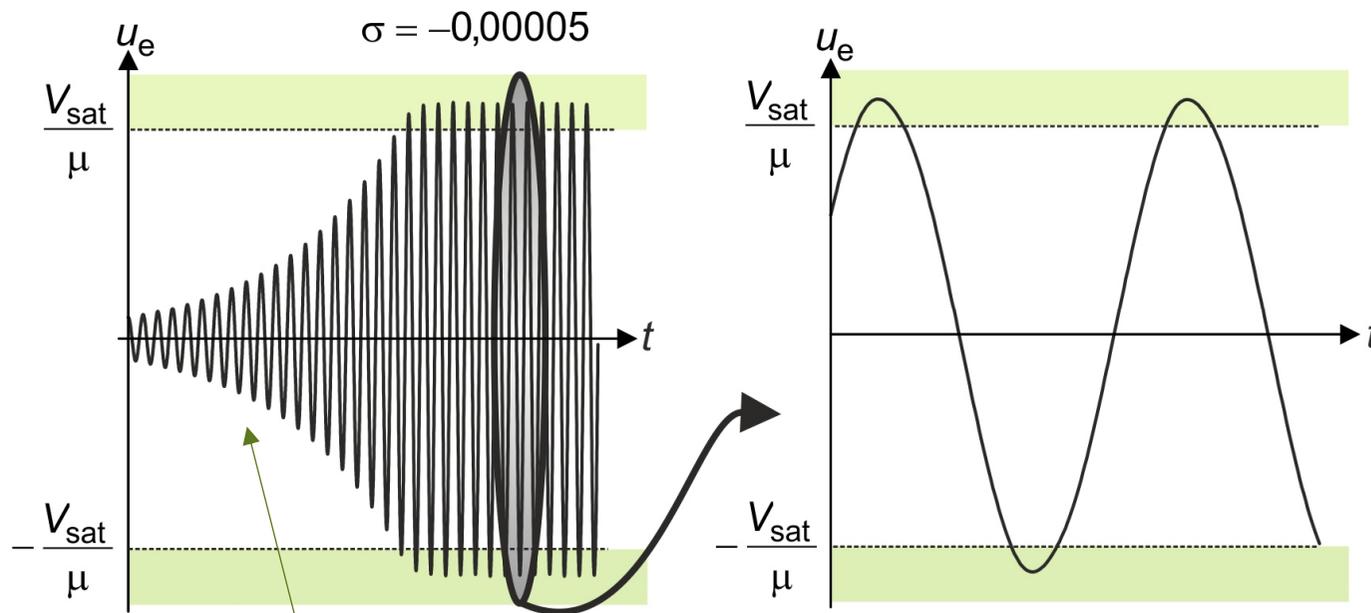


plus σ est éloigné de 0, plus le régime transitoire est court, et moins les oscillations en régime établi sont sinusoïdales.

ceci apparaît clairement sur la trajectoire de phase : l'attracteur est très différent d'un cercle. On distingue nettement les cassures lorsque l'on passe de la zone amplifiée à la zone amortie et *vice versa*.

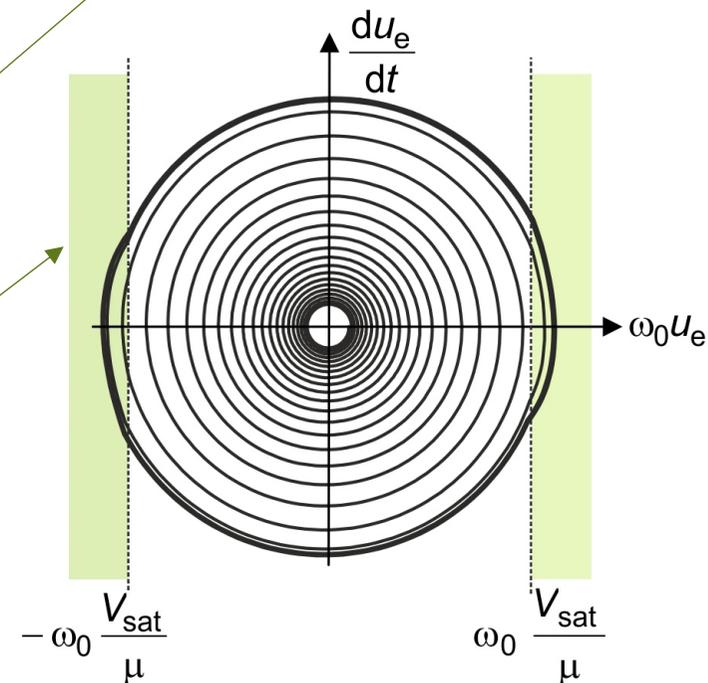


- $\sigma = -0,00005$:
"proche" de 0



plus σ est proche de 0, plus le régime transitoire est long, et plus les oscillations en régime établi sont sinusoïdales.

sur la trajectoire de phase, l'attracteur est proche d'un cercle.



2.5 Entretien des oscillations

pour $\sigma < 0$ et proche de 0, on a quasiment

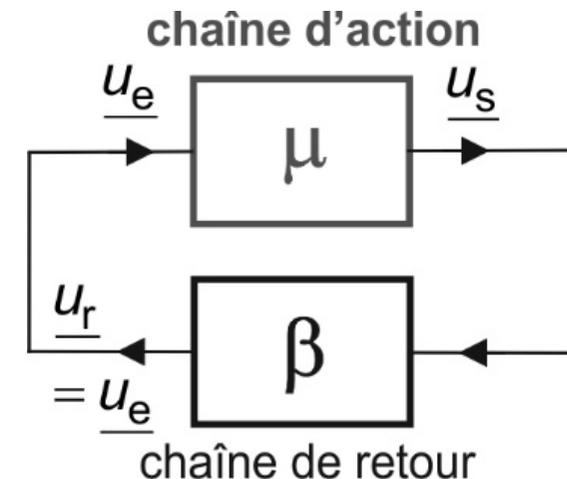
$$\frac{d^2 u_e}{dt^2} + \omega_0^2 u_e = 0 \quad \forall t$$

: oscillations **quasi**-sinusoïdales

un asservissement permet alors de contrôler l'amplitude du signal et de le rendre plus pur en le filtrant

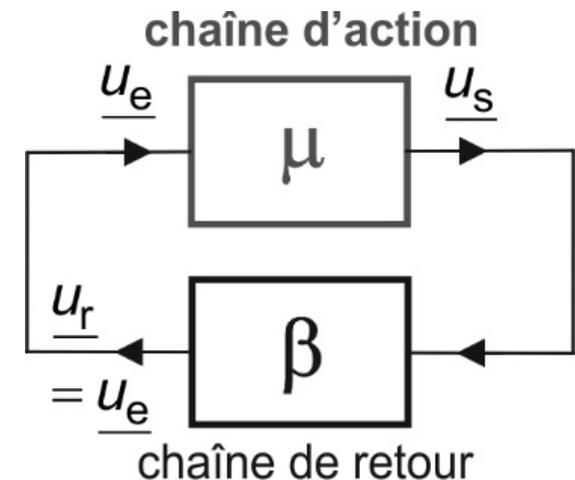
on cherche à quelle condition un montage **bouclé**, **sans signal d'entrée**, peut osciller de façon quasi-sinusoïdale

il faut que la chaîne d'action et la chaîne de retour puissent fonctionner dans le domaine linéaire (pas d'A.L.I bouclé uniquement sur l'entrée non inverseuse par exemple...)



supposons les signaux sinusoïdaux (le régime sinusoïdal n'est pas forcé ici, mais spontané) \Rightarrow notation complexe.

$$\begin{cases} \underline{u}_s = \mu(j\omega)\underline{u}_e \\ \underline{u}_r = \underline{u}_e = \beta(j\omega)\underline{u}_s \end{cases} \Rightarrow \underline{u}_e [1 - \mu(j\omega)\beta(j\omega)] = 0$$



pour avoir un signal sinusoïdal non nul dans le circuit, il faut $\mu(j\omega)\beta(j\omega) = 1$
on appelle cette condition le critère de **Barkhausen**

remarquons qu'il faut également que l'ordre de $T(j\omega) = \mu(j\omega)\beta(j\omega)$ soit au moins égal à 2 pour que l'équation différentielle régissant u_e admette des solutions sinusoïdales.

la relation complexe $\mu(j\omega)\beta(j\omega) = 1$ fournit deux équations réelles qui peuvent se combiner pour donner :

- la condition pour que le système soit le siège d'oscillations sinusoïdales.
- la pulsation de ces oscillations.

exemple : oscillateur à pont de Wien $\mu(j\omega)\beta(j\omega) = 1 \Leftrightarrow \left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 3j \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = 1$

$$\Leftrightarrow j \left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 3j \frac{\omega}{\omega_0}$$

en prenant la partie imaginaire et la partie réelle, on obtient :

— condition d'oscillations sinusoïdales : $\frac{R_2}{R_1} = 2$

— La pulsation de ces oscillations : $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$

en pratique, une sinusoïde de pulsation ω_0 doit être légèrement amplifiée par la

boucle : il faut $|u_r| \underset{\approx}{>} |u_e| \Leftrightarrow |\mu\beta| \underset{\approx}{>} 1$

ainsi l'oscillateur à pont de Wien fournit des oscillations quasi-sinusoïdales de

pulsation $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ si $R_2 \underset{\approx}{>} 2R_1$