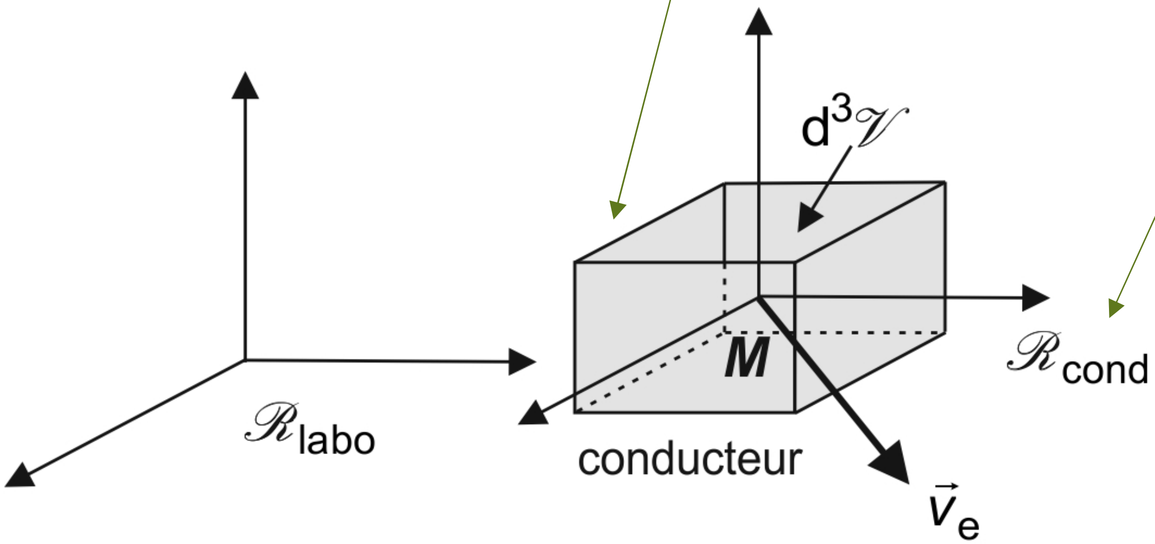
3. FORCE DE LAPLACE SUR UN CONDUCTEUR

3.1 Force de Laplace volumique

soit un conducteur en mouvement quelconque par rapport à $\mathscr{R}_{\text{labo}}$ (peut se déformer)

élément d'un conducteur plongé dans $(\vec{E},\vec{B})$, possède la vitesse $\vec{v}_e$ par rapport à $\mathscr{R}_{\text{labo}}$



référentiel « tangent » lié à l'élément de conducteur, en translation par rapport à $\mathscr{R}_{\text{labo}}$ avec la vitesse « d'entraînement » $\vec{v}_e$

composition des vitesses :

$$\vec{v}_{i/\mathscr{R}_{\text{labo}}} = \vec{v}_{i/\mathscr{R}_{\text{cond}}} + \vec{v}_e$$

>>> charges *fixes* du conducteur (exemple : cations) : densité de charge ρ_f, vitesse nulle / $\mathscr{R}_{\text{cond}}$ et vitesse $\vec{v}_f = \vec{v}_e$ / $\mathscr{R}_{\text{labo}}$

>>> charges *mobiles* du conducteur (exemple : électrons libres) : densité de charge ρ_m, vitesse $\vec{v}$ / $\mathscr{R}_{\text{cond}}$ et vitesse $\vec{v}_m = \vec{v} + \vec{v}_e$ / $\mathscr{R}_{\text{labo}}$

une charge donnée "*i* " (fixe ou mobile) est soumise à la force de Lorentz :

$$\vec{F}_i = q_i(\vec{E} + \vec{v}_i \wedge \vec{B})$$

$\Rightarrow$ l'élément de conducteur est soumis à la **résultante** de ces forces :

$$d^3\vec{F}_L = d^3\mathscr{V}\left[\underbrace{\rho_m(\vec{E} + \vec{v}_m \wedge \vec{B})}_{\substack{\text{charges mobiles} \\ \vec{v}_m = \vec{v} + \vec{v}_e}} + \underbrace{\rho_f(\vec{E} + \vec{v}_f \wedge \vec{B})}_{\substack{\text{charges fixes} \\ \vec{v}_f = \vec{v}_e}}\right]$$

force de **Laplace**

en régime stationnaire, la densité volumique de charges du conducteur est nulle :

$$\rho = \rho_m + \rho_f = \mathbf{0}$$

(en réalité, elle ne l'est plus tout à fait, car on n'a plus rigoureusement $\vec{J} = \gamma\vec{E}$ en présence du champ magnétique, mais les écarts à la neutralité sont insignifiants).

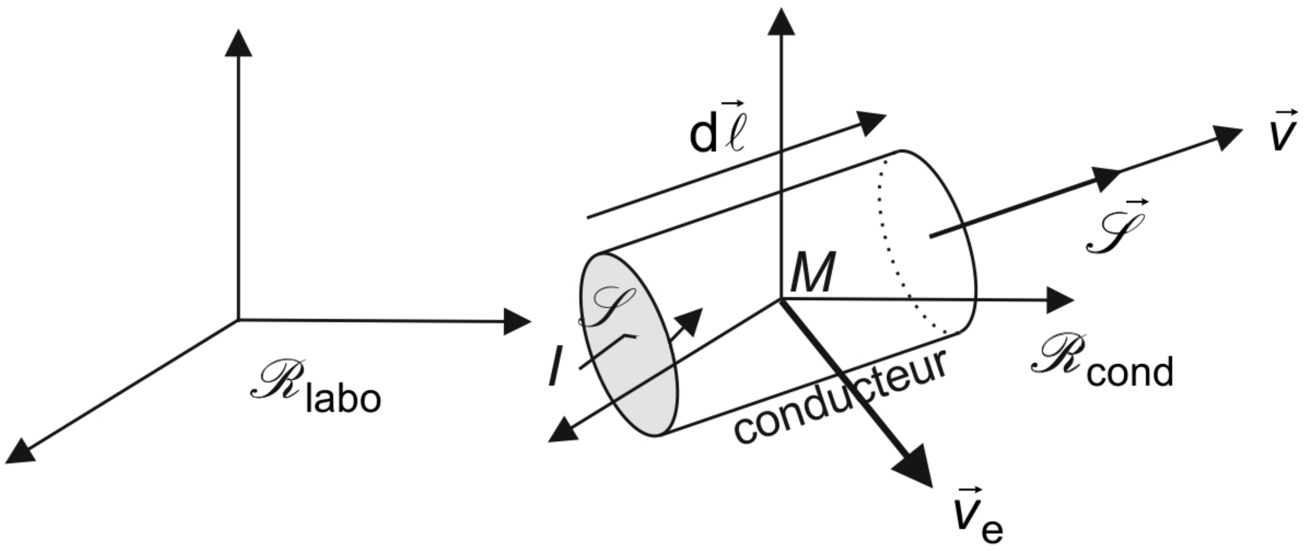
$$\Rightarrow d^3\vec{F}_L = d^3\mathscr{V}\left[\underbrace{(\rho_m + \rho_f)}_{0}(\vec{E} + \vec{v}_e \wedge \vec{B}) + \rho_m\vec{v} \wedge \vec{B}\right]$$

or $\vec{J} = \rho_m\vec{v}$ densité volumique de courants dans $\mathscr{R}_{cond}$

$\Rightarrow$ force de Laplace par unité de volume, que subit un conducteur plongé dans un champ magnétique :

$$\frac{\mathbf{d^3}\vec{F}_L}{\mathbf{d^3}\mathscr{V}} = \vec{J} \wedge \vec{B}$$

3.2 Force de Laplace sur un conducteur filiforme



I, $\vec{\mathscr{S}}$ et $\mathrm{d}\vec{\ell}$ sont orientés dans le même sens

$\vec{J} = \rho_m \vec{v}$ est uniforme sur une section $\Rightarrow I = \vec{J} \cdot \vec{\mathscr{S}}$ dans $\mathscr{R}_{\text{cond}}$

$$\mathrm{d}\vec{F}_L = \vec{J} \wedge \vec{B}\,\mathrm{d}\mathscr{V} = \vec{J}\mathscr{S}\,\mathrm{d}\ell \wedge \vec{B} = (\vec{J} \cdot \vec{\mathscr{S}})\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

force de Laplace sur un élément de conducteur filiforme :

$$\mathbf{d}\vec{F}_L = I\,\mathbf{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$