4.2 Effet Doppler

l'effet doppler intervient pour *tout type* de phénomènes ondulatoires, lorsque la distance entre l'émetteur *E* et le récepteur *R* de l'onde varie dans le temps

la fréquence de l'onde dans le référentiel du récepteur est alors *différente* de celle dans le référentiel de l'émetteur

notons $\mathscr{R}$ le référentiel où la vitesse de l'onde est *c*

• cas où l'émetteur (*E*) est fixe et le récepteur (*R*) mobile dans $\mathscr{R}$

prenons l'exemple d'un radar routier *E* ; l'onde émise est ***électromagnétique***

elle se déplace à la célérité *c* (vitesse de la lumière) par rapport au référentiel $\mathscr{R}$ terrestre qui est aussi celui du radar (l'émetteur)

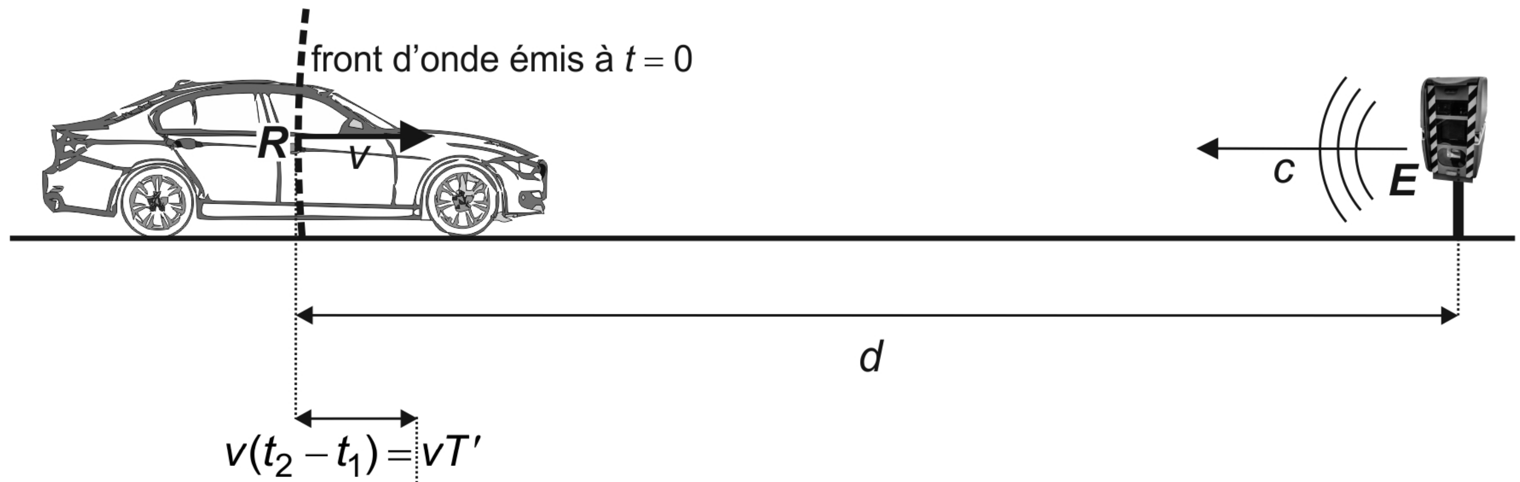
la voiture *R* (le récepteur) est supposée être en translation rectiligne uniforme par rapport à $\mathscr{R}$ à la vitesse $\vec{v}$ supposée alignée avec $\overrightarrow{RE}$

soit f la fréquence fondamentale dans $\mathscr{R}$ du signal, supposé impulsionnel (une impulsion est émise à $t = 0$ puis toutes les périodes $T = 1 / f$),
le raisonnement reste valable pour un signal sinusoïdal (un maximum est émis à $t = 0$ puis toutes les périodes T ; les points atteints par ce maximum correspondent à une surface d'onde, ou *front d'onde*)

à $t = t_1$, l'impulsion émise à $t = 0$ atteint R

$d = ct_1$

distance RE à t_1

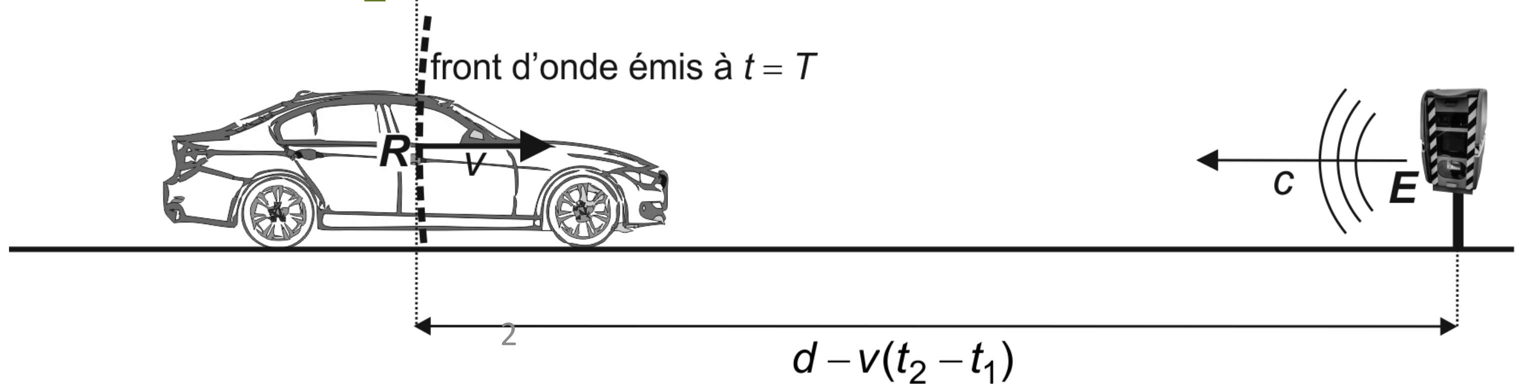


à $t = t_2 = T + \Delta t$, l'impulsion émise à $t = T$ atteint R

$d - v(t_2 - t_1)$

distance RE à t_2

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{d - v(t_2 - t_1)}{c}$$



$T' = t_2 - t_1$ est la période de l'onde dans le référentiel du récepteur (R)

$$\Rightarrow T' = t_2 - t_1 = T - \frac{vT'}{c} \quad \Rightarrow T' = \frac{T}{1+\frac{v}{c}} \Leftrightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{f' = f\left(1+\frac{v}{c}\right)}}$$

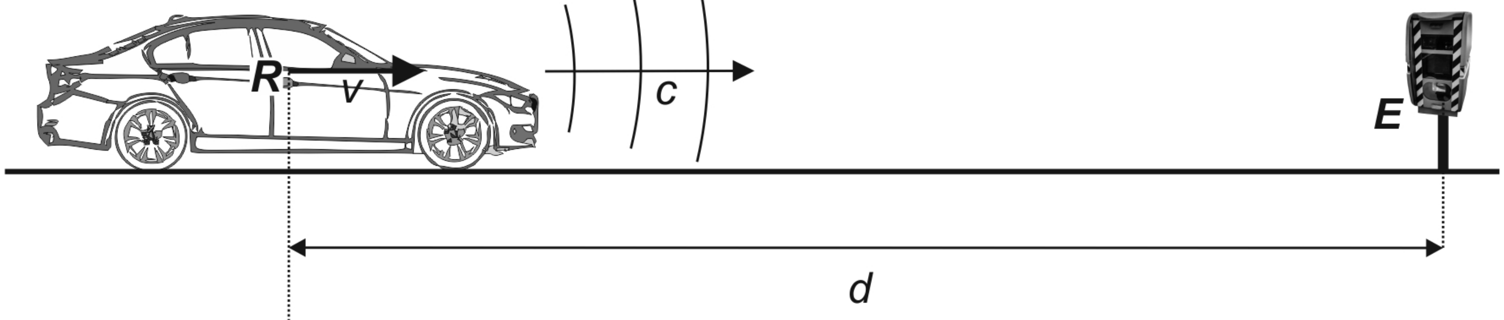
$v > 0 \Rightarrow f' > f$
(R se rapproche de E)
$v < 0 \Rightarrow f' < f$
(R s'éloigne de E)

- **cas où le récepteur (E) est fixe et l'émetteur (R) mobile dans $\mathscr{R}$**

à $t = t_1$, l'impulsion émise à $t = 0$ atteint E

$d = ct_1$

distance RE à $t = 0$



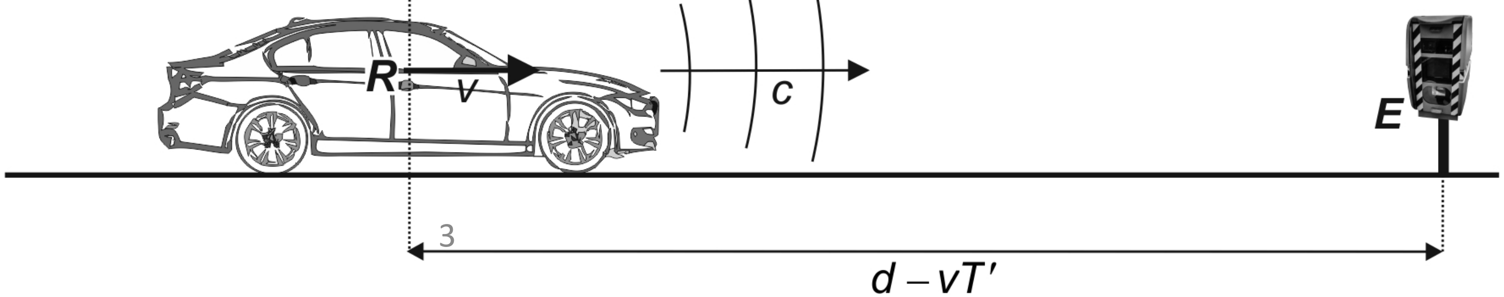
vT'

à $t = t_2 = T' + \Delta t$, l'impulsion émise à $t = T'$ atteint E

$d - vT'$

distance RE à $t = T'$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{d - vT'}{c}$$

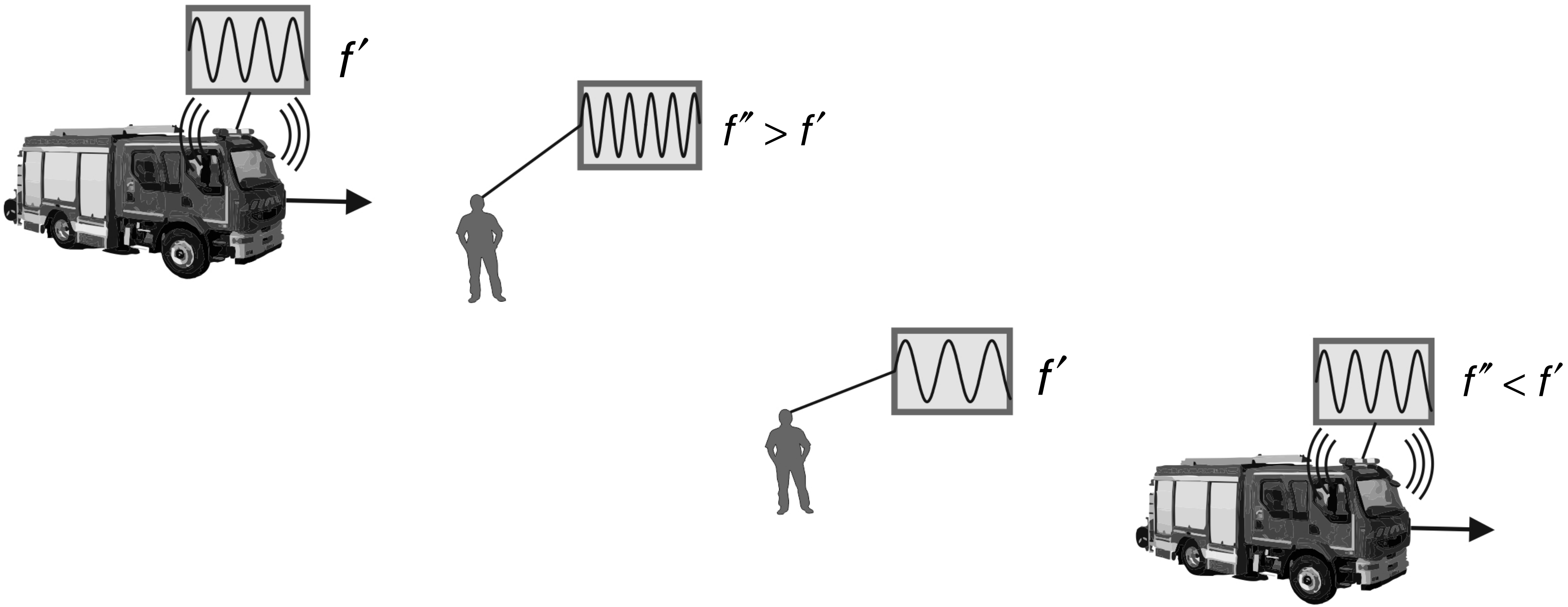


$T'' = t_2 - t_1$ est la période de l'onde dans le référentiel du récepteur (E)

$$T'' = t_2 - t_1 = T' - \frac{vT'}{c} \Rightarrow T'' = T'\left(1 - \frac{v}{c}\right) \Leftrightarrow \boxed{f'' = \frac{f'}{1 - \frac{v}{c}}}$$

$v > 0 \Rightarrow f'' > f'$
(R se rapproche de E)
$v < 0 \Rightarrow f'' < f'$
(R s'éloigne de E)

domaine des ondes ***sonores*** :



• double changement de fréquence

revenons au radar routier et aux ondes *électromagnétiques*

la détermination de la vitesse de la voiture passe par la comparaison entre f émise par le radar, et f'' captée par le radar après réflexion sur la voiture :

$$f'' = \frac{f'}{1-\frac{v}{c}} = f\,\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}$$

cette formule est basée sur le changement de référentiel « classique » ($\Rightarrow$ la vitesse de l'onde incidente serait $c + v$ dans le référentiel de la voiture)

ce changement de référentiel classique n'est pas compatible avec les équations de Maxwell : la vitesse de la lumière est en réalité la même dans les référentiels du radar et de la voiture $\Rightarrow$ changement de référentiel « relativiste »

cependant pour $v \ll c$, les formules précédentes sont une excellente approximation des formules relativistes :

$$f' = f\left(1+\frac{v}{c}\right) \qquad f'' \simeq f'\left(1+\frac{v}{c}\right) \qquad f'' \simeq f'\left(1+\frac{v}{c}\right) \simeq f\left(1+2\frac{v}{c}\right)$$ (D.L à l'ordre 1 en v/c)

A.N : $f = 24{,}125$ GHz $\quad v = 110\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 30{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \quad c = 3{,}00\cdot 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$$\Rightarrow \Delta f = f'' - f \simeq 2f\frac{v}{c} = 4910\ \text{Hz}$$

un dispositif électronique *multiplie* le signal émis par le signal reçu et fournit un signal proportionnel à :

$$\cos(2\pi f t)\cdot\cos(2\pi f'' t) = \cancel{\frac{1}{2}\cos\left[2\pi(f''+f)t\right]} + \underbrace{\frac{1}{2}\cos\left[2\pi(f''-f)t\right]}_{\text{analyseur de spectre}}$$

filtrage passe-bas

$$\boldsymbol{\Delta f = f'' - f \propto v}$$

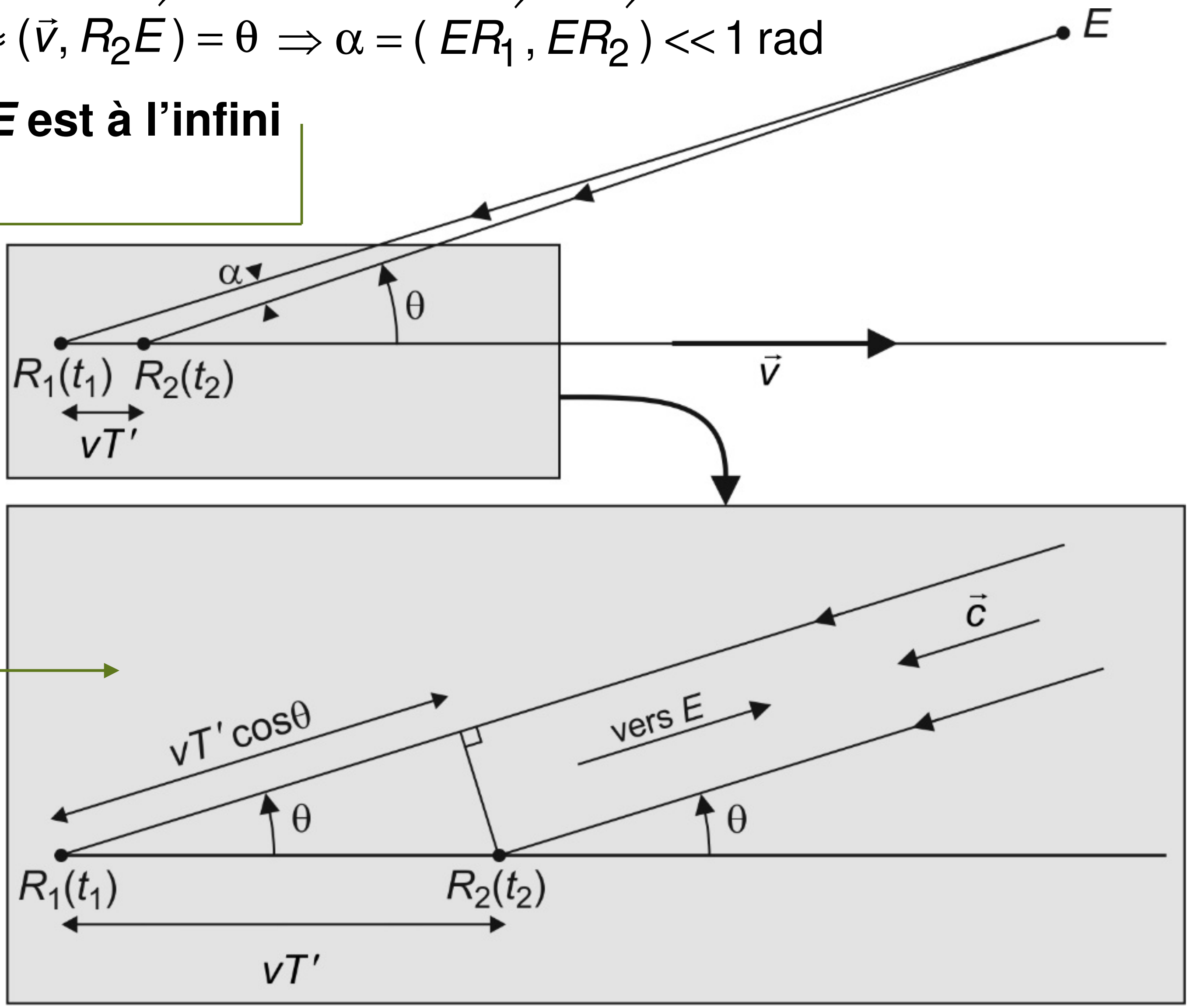
1929 : Hubble a relevé le spectre de la lumière issue d'autres galaxies et reconnu la signature spectrale d'éléments chimiques connus, mais décalée vers le rouge (*redshift*) $\Rightarrow$ la fréquence reçue est plus petite que celle émise donc les galaxies s'éloignent de la nôtre

• cas où la vitesse fait un angle avec (RE) et l'émetteur E est éloigné

E émet à $t = 0$, puis à $t_2 = T$ R reçoit en R_1 à t_1, puis en R_2 à $t_2 = t_1 + T'$

si $vT' << R_1E$ alors $(\vec{v}, \overrightarrow{R_1E}) \approx (\vec{v}, \overrightarrow{R_2E}) = \theta \Rightarrow \alpha = (\overrightarrow{ER_1}, \overrightarrow{ER_2}) << 1$ rad

$\Rightarrow$ **on peut considérer que E est à l'infini**



$$t_2 = t_1 + T' = T + \frac{d - vT'\cos\theta}{c}$$

$$= T + t_1 - \frac{vT'\cos\theta}{c}$$

$$\Leftrightarrow T' = \frac{T}{1 + \dfrac{v\cos\theta}{c}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f' = f\left(1 + \frac{v\cos\theta}{c}\right)}$$

même raisonnement si R est l'émetteur mobile et E le récepteur fixe :

$$\boxed{f'' = \frac{f'}{1 - \dfrac{v\cos\theta}{c}}}$$