DL3 (Électronique)

1. CCINP // PSI // 2021 : Séisme

Un séisme ou tremblement de terre est une secousse du sol résultant de la libération brusque d'énergie accumulée par les contraintes exercées sur les roches. Cette libération d'énergie provient de la rupture des roches le long d'une faille préexistante, d'une activité volcanique. Elle peut être aussi d'origine artificielle (explosions par exemple). Les mouvements des roches engendrent des vibrations élastiques qui se propagent, sous la forme de paquets d'ondes sismiques, autour et au travers du globe terrestre.
Les mouvements du sol sont étudiés par l'intermédiaire de sismographes. L'acquisition et l'enregistrement du signal s'obtiennent dans une station sismique regroupant, outre les sismographes eux-mêmes, des enregistreurs, des numériseurs, des horloges et des antennes GPS.

A - Étude du sismographe

Un sismographe simple (figure 1) est constitué d'un support rigide de hauteur *h*, auquel on suspend une masse *m*, supposée ponctuelle, par l'intermédiaire d'un ressort de masse négligeable de raideur *k*, de longueur à vide l_0 et d'un amortisseur de coefficient de frottement λ. Cet amortisseur exerce sur la masse m une force : $\vec{F}_a = \lambda \dfrac{\mathrm{d}(h-z)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_z = -\lambda \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{e}_z$.

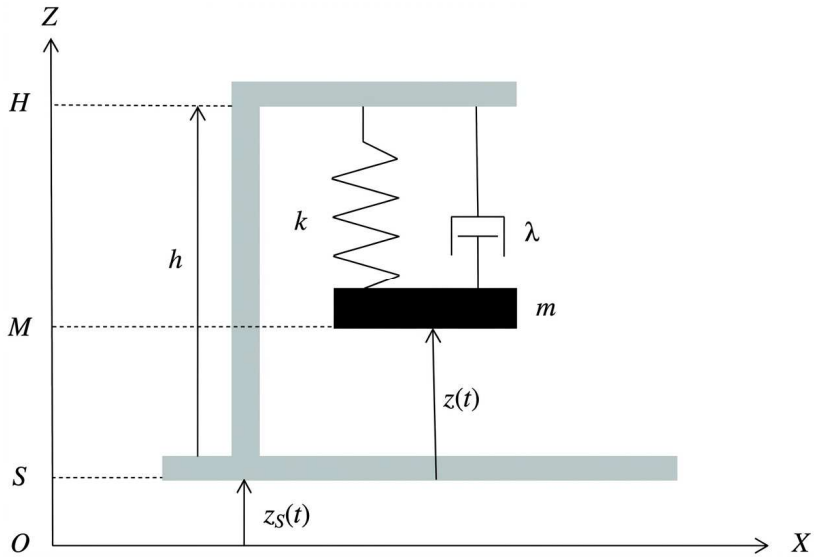


Figure 1 - Sismographe

Un mouvement vertical du sol déclenche un mouvement vertical de la masse *m* caractérisé par la fonction *z*(*t*) dans le référentiel lié au sol.
On pose $z(t) = z_{éq} + u(t)$. La position $z = z_{éq}$ correspond à la position d'équilibre de la masse *m* en l'absence de séisme et *u*(*t*) représente l'écart par rapport à l'équilibre.
On modélise une composante en fréquence de la vibration verticale du sol par rapport à un référentiel galiléen (*OXYZ*) au moyen de la fonction $z_s(t) = Z_0 \cos(\omega t)$.

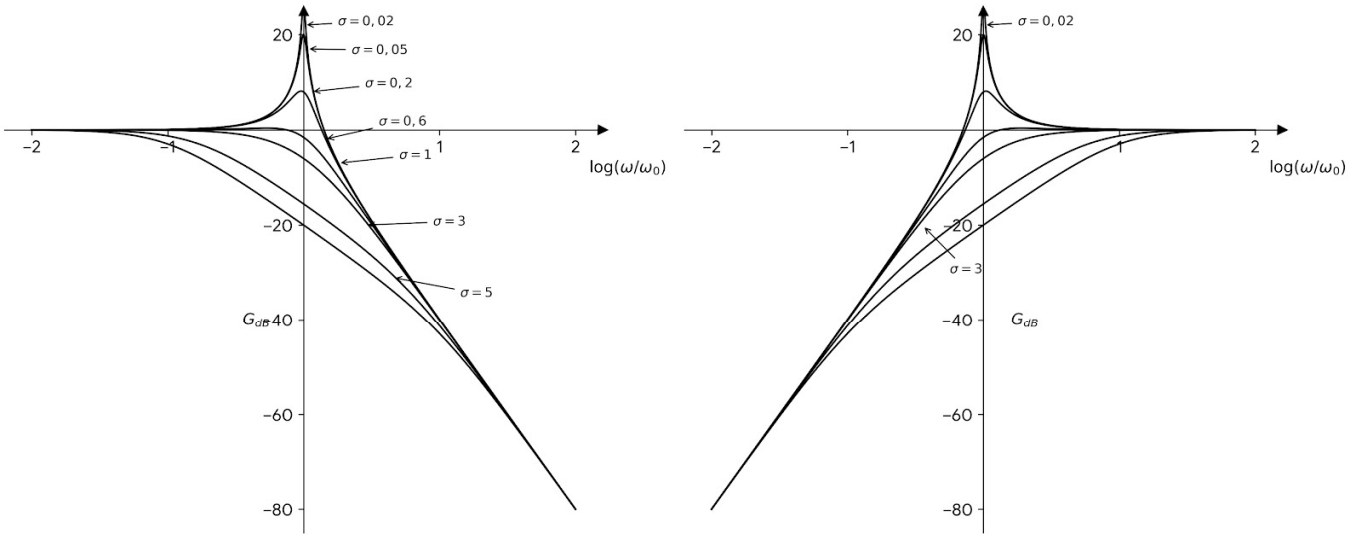
Q1. Écrire l'équation différentielle qui relie $z(t), z_s(t), m, g, \lambda, h, k$ et l_0. Préciser l'expression de $z_{éq}$, puis l'équation différentielle qui relie $u(t), z_s(t), m, \lambda$ et *k*.

Le sismographe peut être assimilé à un système linéaire de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u}(t)}{\underline{z_S}(t)}$

On donne sur la figure 2 les diagrammes de Bode en amplitude pour des filtres du second ordre.

Q2. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du sismographe en fonction de m, k, λ, ω et *j*, nombre complexe tel que $j^2 = -1$. De quel type de filtre s'agit-il ?

Q3. Préciser l'expression de l'amplitude maximale *U* de la réponse verticale $u(t)$ du régime forcé de la masse *m* en fonction de Z_0, m, k, λ et ω.



$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad \mathbf{H}(j\omega) = \frac{H_0\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Figure 2 - Diagrammes de Bode en amplitude

Q4. Écrire deux conditions portant sur la fréquence et les rapports $\frac{k}{m}$ et $\frac{\lambda}{m}$ pour que l'amplitude U du mouvement de la masse m soit égale à l'amplitude Z_0 du sol. La suspension est-elle qualifiée de souple ou de rigide ? La masse m vibre-t-elle en phase, en quadrature de phase ou en opposition de phase avec le sol ?

Q5. Le cahier des charges du sismographe impose d'éviter tout phénomène de résonance, ce qui impose une condition supplémentaire sur la grandeur sans dimension $\frac{\lambda}{\sqrt{m \cdot k}}$. Préciser cette condition supplémentaire à l'aide d'une inégalité.

B - Spectre d'un signal numérique

Nous nous proposons ici d'illustrer quelques impacts de la numérisation du signal sismique sur son spectre. Pour des raisons de facilité, cette étude est menée à plus haute fréquence avec le matériel usuel du laboratoire de sciences physiques du lycée. Elle se généralise à tout enregistrement numérique.

Rappels sur le fonctionnement de l'oscilloscope numérique

- Lors d'un enregistrement, l'oscilloscope numérique discrétise et enregistre un signal sur une durée égale à la durée de balayage, soit 10 carreaux × base de temps.
- Le nombre d'échantillons enregistrés est toujours le même et égal à 2 480. La période d'échantillonnage dépend ainsi de la durée d'enregistrement et donc de la base de temps.
- Un menu permet l'affichage du spectre du signal échantillonné. Pour tous les spectres fournis dans cet énoncé, les amplitudes relatives des différentes composantes en fréquence sont représentées sur une échelle en dB en ordonnées. L'échelle des abscisses est linéaire, graduée de $f = 0$ Hz jusqu'à une fréquence $f_{\max}$ qui dépend de la base de temps. Deux curseurs verticaux, dénommés X1 et X2, permettent de pointer deux fréquences pour une lecture aisée de leur valeur sur l'écran.

Expérience 1

Un signal sinusoïdal est délivré par le GBF et est envoyé sur l'oscilloscope numérique. Il a été enregistré avec une base de temps de $250\ \mu s$ par division comme indiqué en bas de l'écran. Il est à la fois représenté dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sur l'oscillogramme 1 de la figure 3.

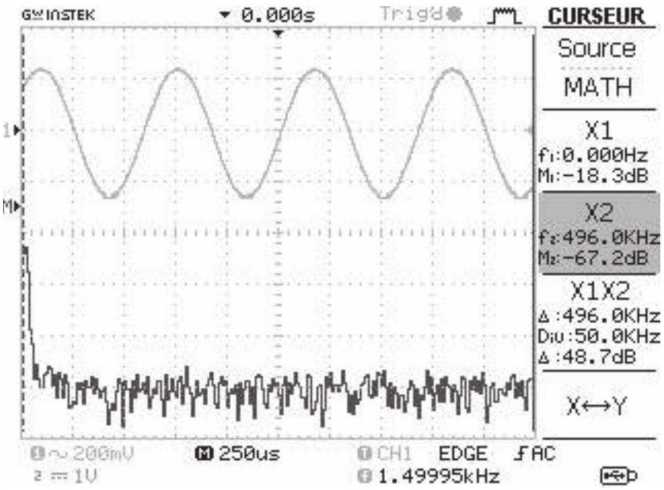


Figure 3 - Oscillogramme 1

Q6. Déterminer la période et la fréquence du signal sinusoïdal. Déterminer une valeur approchée de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement.
Quel lien existe-t-il entre la plus haute fréquence $f_{max} = 496$ kHz , repérée par le curseur 2, et la fréquence d'échantillonnage ?

Q7. Pour un repérage aisé du pic en fréquence au moyen du curseur X1, il faut dilater l'échelle des fréquences. Quel ajustement proposez-vous de faire sur l'oscilloscope ?
Est-ce cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la figure 4 ?
La nouvelle valeur de la plus grande fréquence f_{max} de ce spectre était-elle prévisible ? Si oui comment ?

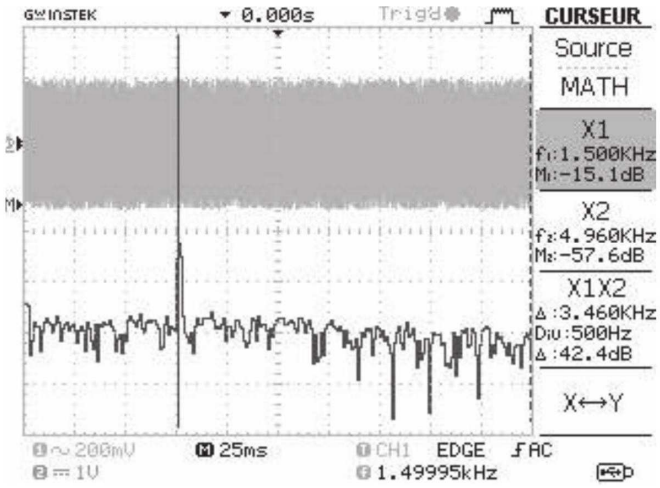


Figure 4 - Oscillogramme 2

Q8. On renouvelle cette opération et on obtient l'oscillogramme 3 de la figure 5. Expliquez la valeur $f = 1$ kHz de la fréquence donnée par le curseur X1.

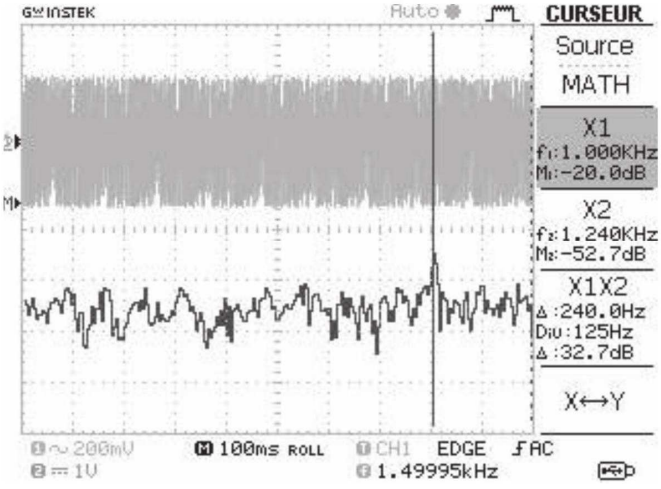


Figure 5 - Oscillogramme 3

Expérience 2

On considère le montage électronique 1 (figure 6) où l'A.L.I est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire. V_1, V_2, V_3 correspondent aux trois tensions d'entrée et V_s est la tension de sortie.

Q9. Déterminer l'expression de V_s en fonction de $V_1, V_2, V_3, R_0, R_1, R_2$ et R_3. Proposer un nom à ce montage.

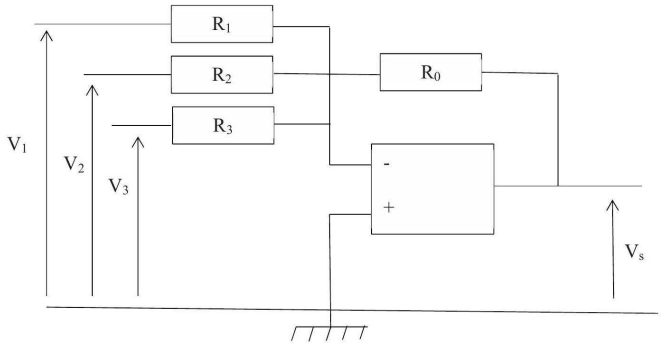


Figure 6 - Montage électronique 1

On associe au montage précédent un multiplieur dont les deux tensions d'entrée sont V_1 et V_2. Il délivre en sortie la tension V_m avec $V_m(t) = kV_1(t)V_2(t)$, où $k = 0{,}1\ \text{V}^{-1}$. On aboutit au montage électronique 2 de la figure 7.

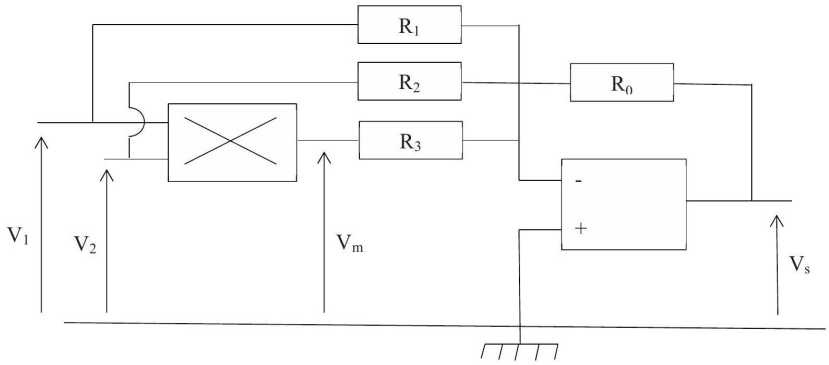


Figure 7 - Montage électronique 2

$V_1(t)$ et $V_2(t)$ sont respectivement deux tensions sinusoïdales de même amplitude maximale V_0 et de fréquence f_1 et f_2. On pose $V_1(t) = V_0 \cos(2\pi f_1 t)$ et $V_2(t) = V_0 \cos(2\pi f_2 t)$.

Q10. On suppose ici que $R_0 = R_1 = R_2 = R_3$. Tracer l'allure du spectre théorique de la tension de sortie V_s.

Q11. Comment est modifié ce spectre lorsque $R_0 = R_1 = R_2 = 2R_3$?

Q12. Le signal V_s et son spectre sont donnés sur l'oscillogramme 4 de la figure 8.

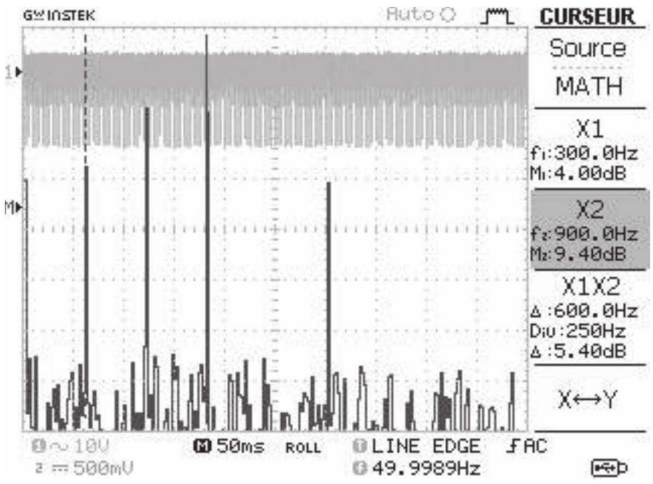


Figure 8 - Oscillogramme 4

Déterminer les valeurs des fréquences f_1 et f_2.

2. D'après CENTRALE : Dérivateur réel

Les balayages temporels (générateurs de rampes, radars, signaux de commande M.L.I) utilisent fréquemment des signaux triangulaires ou en dent de scie $V_e(t)$. La dérivation de ces signaux permet théoriquement d'obtenir des créneaux parfaits $+E/-E$ pour le déclenchement (trigger) de commutateurs de puissance.
En pratique, l'étage de dérivation réel génère des suroscillations parasites importantes lors des changements de pente (voir figure 2) et il convient de corriger ces défauts.

A Montage dérivateur idéal

1) On considère le montage figure (1) où l'A.L.I est supposé idéal en fonctionnement linéaire.

— Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega)=\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ ainsi que l'équation différentielle liant en régime quelconque V_s à V_e.

— Tracer le diagramme de Bode du gain de ce filtre G_{dB} en fonction de $\log(f)$ avec les valeurs numériques suivantes : $R=5\,\text{k}\Omega$ et $C=1\,\mu\text{F}$.

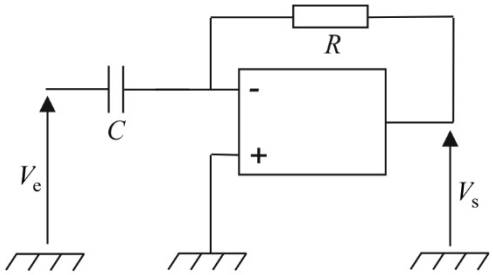


figure (1)

2) Déterminer numériquement et représenter la réponse à une tension d'entrée en triangles symétriques de fréquence $f^*=100$ Hz et de valeur maximale 1 V.

B Montage dérivateur réel

3) On donne la réponse réelle figure (2) au signal triangulaire du A.

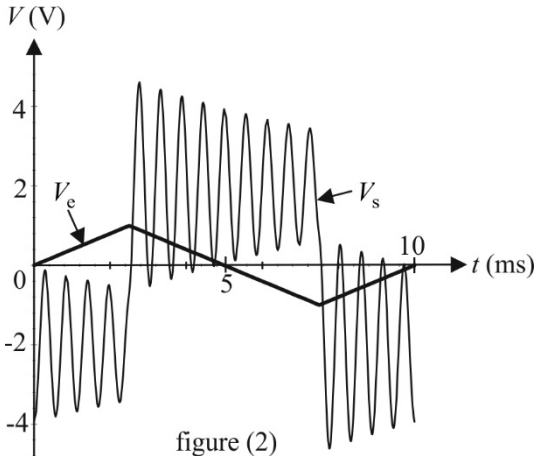


figure (2)

Est-ce en accord avec la réponse attendue ? De quel ordre le filtre réel est-il au minimum ?

Pour interpréter la réponse réelle, on modélise par la suite le comportement intrinsèque de l'A.L.I (en boucle ouverte) par celui d'un filtre passe-bas fondamental du premier ordre : $\mu=\dfrac{\underline{V_s}}{\underline{\varepsilon}}=\dfrac{\mu_0}{1+j\dfrac{f}{f_0}}$ avec $\varepsilon=V^+-V^-$; $\mu_0=10^4$ et $f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}=10\,\text{Hz}$.

4) On utilise désormais le montage pseudo-dérivateur de la figure (3).
Le montage dérivateur idéal correspond donc au cas où $r=0$.
Montrer, en tenant compte de $\mu_0 >> 1$, que la fonction de transfert du filtre se met sous la forme :

$$H'(j\omega)=\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}=\frac{-jRC\omega}{1+j\omega\left[r'C+\dfrac{1}{\mu_0\omega_0}\right]-r''C\left(\dfrac{\omega^2}{\omega_0}\right)}$$

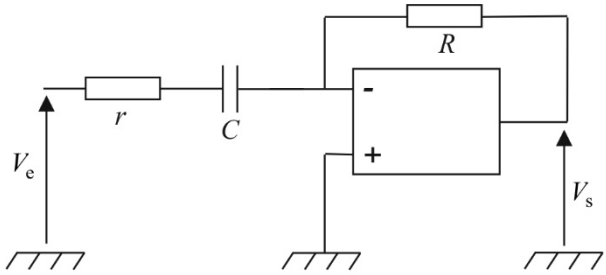


figure (3)

Exprimer r' et r'' en fonction de r, R et μ_0.

5) Établir l'équation différentielle liant en régime quelconque V_s à V_e. La mettre sous la forme :

$$\frac{1}{\omega_0'^2}\frac{d^2V_s}{dt^2}+\frac{1}{Q\omega_0'}\frac{dV_s}{dt}+V_s=-RC\frac{dV_e}{dt}.$$

Exprimer Q et ω_0' en fonction de r', r'', C, μ_0 et ω_0.

Le montage est-il stable ?

6) Faire l'application numérique pour ω_0', r', r'' et Q quand $r=0$, donc quand on n'a pas corrigé le montage dérivateur.

Rappeler brièvement quelle serait l'allure (tracer les courbes correspondantes), dans les cas $Q<1/2$; $Q=1/2$ et $Q>1/2$, de la réponse $V_s(t)$ à un échelon de tension $e(t)$, c'est-à-dire la solution de $\frac{1}{\omega_0'^2}\frac{d^2V_s}{dt^2}+\frac{1}{Q\omega_0'}\frac{dV_s}{dt}+V_s=e(t)$, avec $e(t)=E=Cte$ pour $t>0$.

Interpréter alors la figure (2) et commenter la valeur numérique de la période des oscillations, lue sur la figure (2).

7) Montrer que l'on peut avoir une réponse quasiment égale à la dérivée du signal d'entrée (réponse la plus proche des créneaux, sans dépassement) :

— si la résistance r obéit à une certaine équation du second degré que l'on écrira sans chercher à la résoudre littéralement. Résoudre numériquement cette équation. Donner dans ce cas l'expression de la réponse temporelle à un échelon $V_s(t)$.

— à une condition que doit alors vérifier la fréquence f^* du signal en triangles appliqué.

8) Mettre la fonction de transfert du filtre sous la forme $H'(j\omega)=\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}=\frac{A_0}{1+jQ'\left[\frac{\omega}{\Omega}-\frac{\Omega}{\omega}\right]}$. Identifier les paramètres A_0, Q' et Ω. De quel type de filtre s'agit-il ?

Tracer son diagramme de Bode du gain G_{dB} en fonction de $\log(f)$ pour $r=0$.

Indiquer dans quels domaines le filtre se comporte comme un intégrateur, comme un dérivateur.

Interpréter, en utilisant l'analyse de Fourier la figure (2).

Commenter les spectres obtenus figure (4) pour les réponses dans le montage dérivateur réel et pseudo-dérivateur (où on a pris $r=179,5\ \Omega$).

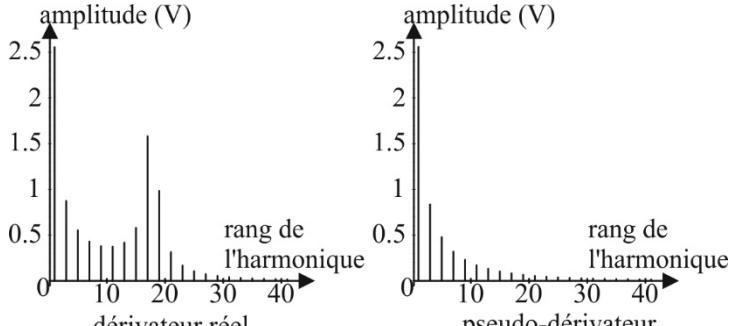


figure (4)

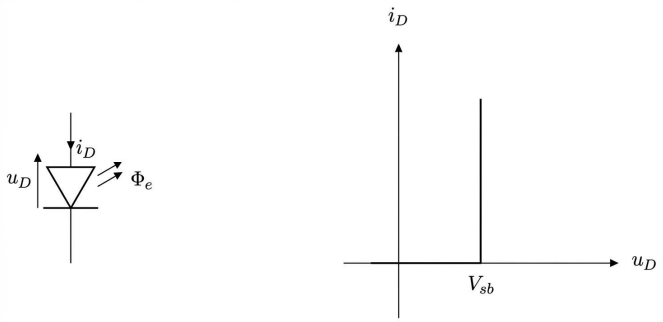
9) Quelle devrait être l'allure du diagramme de Bode pour que la fonction « dérivation » soit correctement réalisée pour un signal périodique de fréquence f^*. Quelle condition doit alors vérifier f^* ? Montrer que ces résultats sont cohérents avec ceux de 7).

3. Centrale // MP // 2024 : Connexion à internet par LiFi

On étudie ici la technologie LiFi (Light Fidelity), ainsi nommée par analogie avec le WiFi (Wireless Fidelity), une solution innovante pour les connexions Internet individualisées dans des espaces restreints tels que la cabine d'un avion ou un wagon de train. Le LiFi exploite la lumière visible pour transmettre l'information. Son apparition coïncide avec le développement de l'éclairage par les diodes électroluminescentes.

Document

Comme pour les diodes « simples », les diodes électroluminescentes mettent en jeu une jonction entre deux matériaux semi-conducteurs (jonction PN). Les photons sont émis lorsque le courant direct qui traverse la jonction provoque la recombinaison d'une paire électron-trou. La caractéristique d'une diode électroluminescente varie selon la couleur émise. Dans le cas d'une diode émettrice de lumière bleue, la caractéristique courant-tension a l'allure suivante :



Pour $i_D > 0$, la diode considérée émet une lumière bleue de longueur d'onde dans le vide $\lambda_b = 470$ nm ; la tension à ses bornes est alors égale à $V_{sb} = 2{,}90$ V. Le rendement en puissance de la diode électroluminescente, défini comme le rapport de la puissance lumineuse Φ_e émise sur la puissance électrique reçue, est égal à $\eta_{led} = 33\%$. En première approximation, on peut considérer que la puissance lumineuse Φ_e est rayonnée de façon isotrope dans le demi-espace qui se situe au-dessus du composant.

Dans ce problème, nous ne considérerons que le flux de données descendant vers l'utilisateur. Le schéma de la figure 1 représente le principe de la transmission d'une information par la lumière. La tension u_e contient le signal informatif. Elle alimente la diode électroluminescente D_1 émettrice de lumière bleue, de sorte que l'amplitude de l'onde lumineuse émise soit modulée par le signal u_e. La diode D_2, polarisée en sens indirect grâce au potentiel V_0 qui est positif, est photoréceptrice. L'intensité i_2 du courant qui parcourt D_2 est proportionnelle au flux lumineux qu'elle reçoit, de sorte que la tension u_r contient l'information utile.

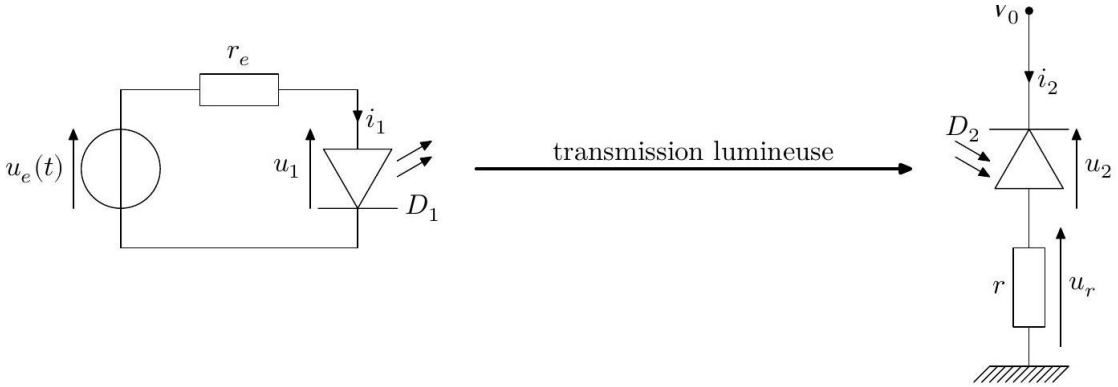


Figure 1 : Principe de la transmission d'information par la lumière.

A - Émission du signal lumineux

Dans le circuit émetteur, la résistance $r_e = 10\ \Omega$ a pour fonction de commander le passage du courant dans la diode par la tension u_e, en même temps qu'elle la protège. La diode émet de la lumière lorsque l'intensité du courant i_1 qui la traverse en sens direct est positif ; on notera la puissance lumineuse moyenne émise Φ_e. Dans le modèle adopté, la puissance moyenne émise est proportionnelle au courant i_1 avec un coefficient de proportionnalité K_e, soit $\Phi_e = K_e i_1$.

Q.1 Déterminer la valeur constante minimale U_{min} de u_e qui permet d'obtenir une émission lumineuse par la diode.

Q.2 Calculer la valeur constante U_0 de u_e qui permet d'obtenir un courant i_1 constant égal à $i_0 = 0{,}73$ A à travers la diode. Calculer la puissance lumineuse moyenne correspondante, notée Φ_{e0}, émise par la diode.

Pour transmettre une information par la lumière, la technologie LiFi utilise le principe de la modulation d'amplitude. Le signal porteur correspond au signal lumineux de longueur d'onde λ_b émis par la diode, dont on module l'amplitude à l'aide d'un signal sous-porteur $p(t)$.

Par la suite, on considère que le signal sous-porteur est sinusoïdal, d'amplitude p_m, de fréquence $f_p = \omega_p / 2\pi$ et de phase à l'origine α_p : $p(t) = p_m \cos(\omega_p t + \alpha_p)$. On note $a(t)$ la tension correspondant au signal contenant l'information ; les fréquences contenues dans le spectre de $a(t)$, notées f_a, sont très inférieures à la fréquence f_p. On génère la tension $u_e(t)$ du circuit émetteur grâce au circuit de la figure 2, qui contient un bloc multiplieur M_1 et un bloc additionneur A_1. Le bloc multiplieur M_1 réalise le produit des deux tensions d'entrée, soit dans le cas du circuit considéré $m_1(t) = k \times p(t) \times a(t)$, avec $k > 0$. Les impédances d'entrée des blocs A_1 et M_1 sont infinies.

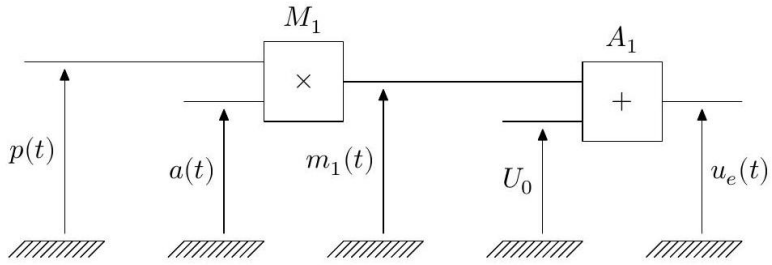


Figure 2 Schéma du circuit de réalisation de $u_e(t)$

Q.3 Dessiner un montage simple contenant deux A.L.I et permettant de réaliser le bloc additionneur A_1.

Q.4 Exprimer la tension $u_e(t)$ dans le cas où $a(t)$ est un signal sinusoïdal d'amplitude a_m, de fréquence $f_a = \omega_a / 2\pi$ telle que $f_a << f_p$. Quelle est la valeur maximale du produit $k_m \times p_m \times a_m$ qui permet de s'assurer que la diode électroluminescente émet toujours de la lumière ? Faire l'A.N.

Q.5 Représenter l'allure du signal $u_e(t)$, ainsi que l'allure de son spectre fréquentiel (à l'échelle), dans le cas où le signal $a(t)$ est sinusoïdal de fréquence $f_a = f_p / 10$.

Q.6 Représenter l'allure du signal $u_e(t)$, ainsi que l'allure de son spectre fréquentiel (à l'échelle), dans le cas où le signal $a(t)$ est un signal créneau symétrique pair variant entre 0 et a_m (il ne contient que des harmoniques de rangs impairs, et son fondamental a pour amplitude $\frac{2a_m}{\pi}$), de fréquence $f_a = f_p / 10$.

B - Réception du signal lumineux et extraction de l'information

La photodiode réceptrice est située à la distance d de la diode émettrice et capte le flux lumineux Φ_r qui arrive sur sa surface, d'aire s_r. Lorsqu'elle est polarisée en inverse comme sur le schéma de la figure 1, le courant i_2 qui la traverse en sens indirect est proportionnel au flux Φ_r et on note $i_2 = K_r \Phi_r$, où K_r est une constante positive.

Q.7 Exprimer la tension $u_r(t)$ en fonction de $u_e(t)$, V_{sb}, d, r, r_e, s_r, K_e et K_r.

Pour extraire le signal informatif du signal u_r, on réalise le montage de la figure 3 dans lequel A_2 est un amplificateur de tension, tel que $u_{r1} = K u_r$, et M_2 est un multiplieur identique à M_1. Dans le montage figure également le bloc F constitué d'une résistance r_2 et d'un condensateur de capacité C_2.

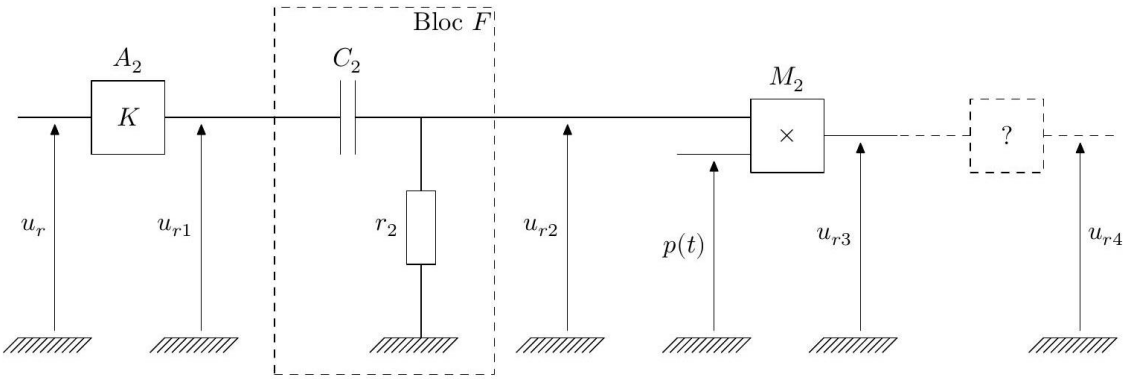


Figure 3 Schéma du circuit d'extraction de l'information à partir de la tension $u_r(t)$.

Q.8 Quelle est la fonction du bloc F ? Exprimer sa fonction de transfert et préciser sa pulsation de coupure ω_c en fonction de r_2 et C_2.

On considère un signal informatif de la forme $a(t) = a_m \cos(\omega_a t)$, tel que $\omega << \omega_a << \omega_p$.

Q.9 Montrer que la tension u_{r3} peut s'écrire sous la forme $u_{r3} = U_{3m} \cos^2(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t)$; exprimer l'amplitude U_{3m} en fonction des données du problème, puis représenter le spectre du signal u_3.

Q.10 On souhaite que la tension u_{r4} soit proportionnelle au signal informatif. Proposer un montage pour le bloc inconnu, noté « ? » sur la figure 3.

C - Débit binaire du LiFi

En pratique, le signal informatif est un signal binaire, dont l'allure qualitative est présentée figure 4 où T_{ck} est la période d'horloge. Pour que la modulation décrite dans la partie A soit correcte, il faut s'assurer que la fréquence d'horloge f_{ck} vérifie la condition $f_{ck} < f_p / 100$.

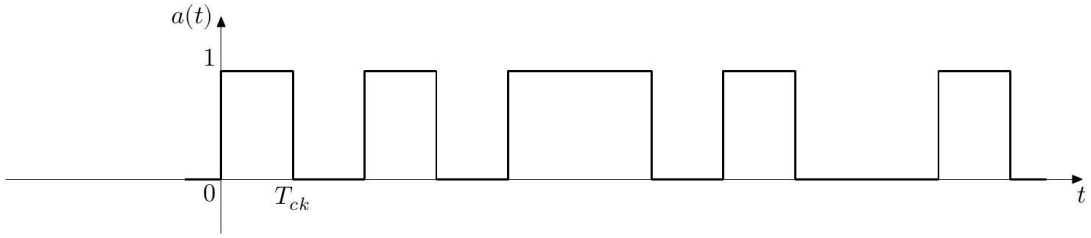


Figure 4 Allure d'un signal informatif pour une transmission binaire

Q.11 Les liaisons WiFi actuelles procurent un débit descendant de l'ordre de $10\ \text{Mbit} \cdot \text{s}^{-1}$, obtenu avec des porteuses dont la fréquence est de l'ordre de quelques GHz.
Vérifier que la condition d'une bonne modulation est satisfaite.

On considère désormais le cas d'une installation LiFi utilisant des diodes électroluminescentes émettant une lumière bleue de longueur d'onde $\lambda_b = 470\ \text{nm}$ dans le vide.

Q.12 Calculer la fréquence de la porteuse lumineuse. En déduire l'ordre de grandeur de la fréquence de la sous-porteuse qui peut être utilisée pour la technologie LiFi, puis estimer l'ordre de grandeur du débit binaire maximal que l'on peut obtenir avec le LiFi. Commenter.