TP DEUXIÈME SÉRIE

ÉLECTROMAGNÉTISME / CHIMIE / PHÉNOMÉNES DE TRANSPORT / PHYSIQUE DES ONDES / CONVERSION DE PUISSANCE



OSCILLATEURS COUPLÉS

TP 10

Ce T.P est l'occasion de mettre en équations et de résoudre le problème des oscillateurs couplés dans le seul cas au programme où les symétries permettent une résolution rapide. ***La technique utilisée est à connaître.***
Dans une première partie, on étudie le couplage électromagnétique entre deux bobines, qui est à la base du transformateur. Dans une deuxième partie, **à préparer avant le T.P**, on analyse un système mécanique analogue : deux pendules pesants couplés par torsion. Après avoir regardé une vidéo du phénomène, il est demandé de mettre en équation le système et d'exploiter les résultats fournis d'une acquisition des positions des pendules.

Document 1 : Étude théorique des oscillateurs harmoniques couplés

On considère un système de deux oscillateurs harmoniques identiques. En l'absence de couplage, chaque oscillateur possède un degré de liberté (x_1 ou x_2) régi par l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique $\frac{d^2 x_i}{dt^2} + \omega_0{}^2 x_i = 0$; $i = 1,2$.
$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi / T_0$ est la pulsation propre des oscillations non amorties.

En présence d'un couplage linéaire, les équations différentielles régissant x_1 et x_2 sont couplées (dans notre étude par des termes proportionnels aux dérivées d'ordre 2) : $\begin{cases} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_0{}^2 x_1 = -k \frac{d^2 x_2}{dt^2} & (1) \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_0{}^2 x_2 = -k \frac{d^2 x_1}{dt^2} & (2) \end{cases}$. k est appelée constante de couplage.

Q.1) On pose $S = x_1 + x_2$ et $D = x_1 - x_2$. Montrer que l'on peut dans ce cas simple découpler le système, c'est-à-dire obtenir un système de 2 équations différentielles, l'une en S, l'autre en D.
On pose $\omega_+ = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$ et $\omega_- = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}$: montrer que les solutions s'écrivent $\begin{cases} x_1 = A_+ \cos(\omega_+ t + \varphi_+) + A_- \cos(\omega_- t + \varphi_-) \\ x_2 = A_+ \cos(\omega_+ t + \varphi_+) - A_- \cos(\omega_- t + \varphi_-) \end{cases}$.

Les constantes d'intégration $A_+, A_-, \varphi_+, \varphi_-$ sont déterminées à partir des conditions initiales $x_1(0), \dot{x}_1(0), x_2(0), \dot{x}_2(0)$.
La pulsation ω_+ correspond au mode propre symétrique ($A_- = 0$) où les deux oscillateurs vibrent en phase avec la même amplitude ($x_1 = x_2 \ \forall t$) ; la pulsation ω_- correspond au mode propre antisymétrique ($A_+ = 0$) où les deux oscillateurs vibrent en opposition de phase avec la même amplitude ($x_1 = -x_2 \ \forall t$).
Avec des conditions initiales quelconques, les oscillations sont des combinaisons linéaires des deux modes propres. Les périodes T_+ et T_- des modes propres étant en général incommensurables, ces oscillations ne sont pas périodiques.

On note le résultat très général : **Pour *N* oscillateurs linéaires couplés apparaissent *N* modes propres.**

Q.2) Montrer que, dans le cas du faible couplage ($k << 1$), on a $\frac{\omega_+ + \omega_-}{2} \simeq \omega_0$ et $\frac{\omega_- - \omega_+}{2} \simeq k \frac{\omega_0}{2}$.
On suppose que les conditions initiales sont telles que $A_+ = A_- = A$ et $\varphi_+ = \varphi_- = 0$, montrer que l'on a alors :
$\begin{cases} x_1 = 2A \cos(\omega_0 t) \cos\left(\frac{k\,\omega_0}{2} t\right) \\ x_2 = 2A \sin(\omega_0 t) \sin\left(\frac{k\,\omega_0}{2} t\right) \end{cases}$. Comme $\frac{k\,\omega_0}{2} << \omega_0$, on est alors en présence de battements. Déterminer leur période T_{bat} en fonction de k et de T_0 .
Tracer l'une en dessous de l'autre les courbes $x_1(t)$ et $x_2(t)$. On y fera apparaître les enveloppes, la période T_0 ainsi que celle des battements T_{bat}.

1. CIRCUITS OSCILLANTS COUPLÉS PAR MUTUELLE INDUCTION

Document 2 : Inductance mutuelle

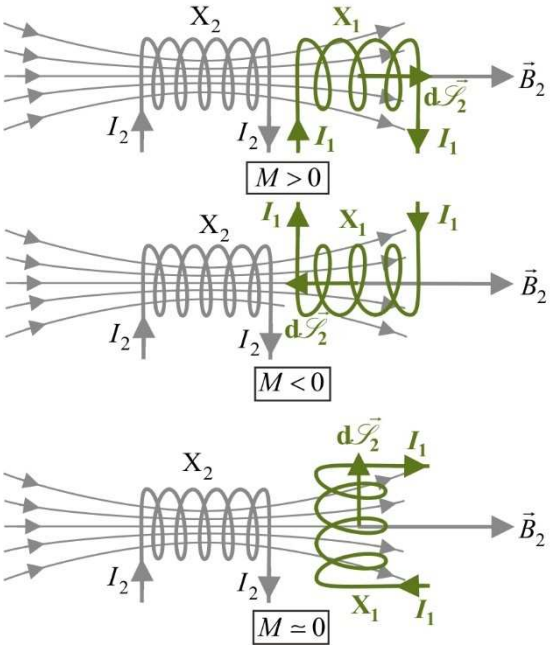
Soient deux bobines indéformables X_1 et X_2 parcourues respectivement par des courants I_1 et I_2. Le courant I_1 dans X_1 crée en tout point *N* de l'espace un champ magnétique $\vec{B}_1(N)$ proportionnel à I_1. De même le courant I_2 dans X_2 crée en tout point *N* de l'espace un champ magnétique $\vec{B}_2(N)$ proportionnel à I_2. Soit φ_1 le flux magnétique à travers X_1, on peut toujours écrire :

$\varphi_1 = L_1 I_1 + M I_2$, avec $\varphi_1 = \iint_{C_1} \vec{B}(N)\cdot \mathrm{d}^2\vec{\mathscr{S}}$ et $\vec{B}(N) = \vec{B}_1(N) + \vec{B}_2(N)$.

— $L_1 I_1 = \varphi_{11}$ est le flux propre de $\vec{B}_1$ à travers X_1 ; L_1 est l'auto-inductance de X_1 ; c'est une constante positive.

— $M I_2 = \varphi_{12}$ est le flux « de mutuelle induction » de $\vec{B}_2$ à travers X_1 ; *M* est le coefficient de mutuelle induction entre X_1 et X_2.

À la différence de L_1, *M* n'est pas constante ; elle dépend de la position relative de X_2 par rapport à X_1, elle peut être positive, négative, voire même quasi-nulle.



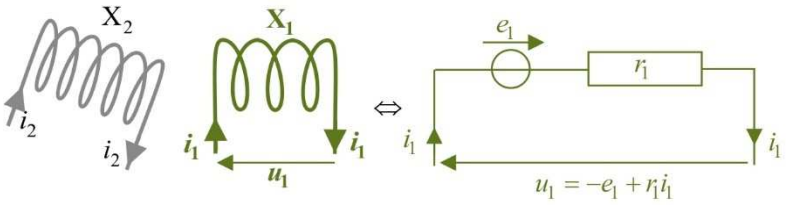
De la même façon, on peut écrire le flux du champ magnétique à travers X_2 : $\varphi_2 = L_2 I_2 + M I_1$, où *M* à la même valeur que précédemment.

On montre que $L_1 L_2 \geq M^2$. L'égalité correspond au couplage parfait. De manière générale le facteur de couplage est défini par $k = |M| / \sqrt{L_1 L_2}$: $0 \leq k \leq 1$.

Si les courants dans les bobines varient, il apparaît des f.e.m d'induction dans chaque bobine.

Dans X_1 apparaît la f.e.m :

$e_1(t) = -\dfrac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t} = -L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, et si sa résistance est r_1, il apparaît une tension u_1 à ses bornes.



On a en convention récepteur $u_1(t) = r_1 i_1(t) - e_1(t) = r_1 i_1 + L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$.

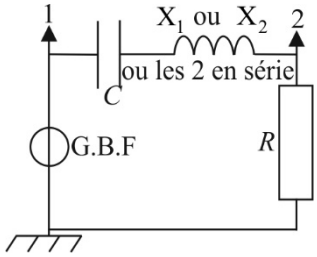
De même, il apparaît dans X_2 la f.e.m $e_2(t) = -\dfrac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{d}t} = -L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$, et, toujours en convention récepteur, la tension à ses bornes $u_2(t) = r_2 i_2(t) - e_2(t) = r_2 i_2 + L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$.

1.1 Mesure des auto-inductances et du coefficient de mutuelle induction

On dispose de deux bobines (de transformateur démontable LEYBOLD) à peu près identiques, de 1000 spires chacune (utiliser les bornes extrêmes, la borne du milieu n'utilise que 500 spires), utilisées ici sans noyau de fer. On cherche à mesurer leurs auto-inductances et leur coefficient de mutuelle induction lorsqu'elles sont accolées.

1) Réaliser le montage *RLC* série ci-contre, avec $R = 100\,\Omega$ et $C = 10\,\mathrm{nF}$. Dans un premier temps on prend pour « *L* » la seule bobine X_1.

2) Utiliser ce montage pour déterminer de la façon la plus précise la valeur de L_1 puis de L_2. Donner le protocole retenu.



Mesures :

$L_1 =$	mH	$u(L_1) =$	mH
$L_2 =$	mH	$u(L_2) =$	mH

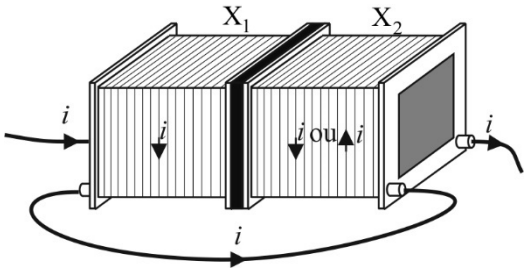
LE COIN DES INCERTITUDES

On peut négliger l'incertitude relative sur la fréquence de résonance du circuit f_0. Reste celle sur *C*. D'après le constructeur, la tolérance sur *C* est de 1%.

À RETENIR

Une bobine n'est modélisée qu'en basses fréquences par l'association série d'une inductance pure *L* et d'une résistance *r*. Vers 10 kHz, une capacité répartie entre les spires du bobinage apparaît et on rajoute dans la modélisation une capacité en parallèle sur l'association série *L*, *R*, mais même ainsi, ce modèle reste insuffisant à plus haute fréquence.

Dans un deuxième temps, on prend pour « L » les deux bobines accolées montées en série.



La tension aux bornes de l'association est alors, puisque $i_1 = i_2 = i$:

$$u = u_1 + u_2 = r_1 i + L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + r_2 i + L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= (r_1 + r_2) i + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

L'association se comporte comme une bobine unique d'auto-inductance $L = L_1 + L_2 + 2M$.

Comme il n'est pas facile de distinguer les sens des enroulements des spires dans X_1 et X_2, on ne sait pas à l'avance si le coefficient de mutuelle inductance va être positif ($M = |M|$) ou négatif ($M = -|M|$).

3) Déterminer comme précédemment l'auto-inductance de l'association pour un branchement quelconque des bornes de X_2 puis en inversant ce branchement : on en déduit $L_+ = L_1 + L_2 + 2|M|$ et $L_- = L_1 + L_2 - 2|M|$.

Mesures :

$|M| = \dfrac{L_+ - L_-}{4} =$ mH $\quad u(|M|) =$ mH

Vérifier que l'on a bien $L_+ + L_- = 2(L_1 + L_2)$.

Donner la valeur du facteur de couplage :

$k = \dfrac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} =$ $\quad u(k) =$

LE COIN DES INCERTITUDES

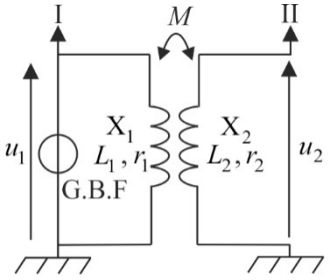
Montrer que :

$$u(|M|) = \frac{1}{4}\sqrt{u^2(L_+) + u^2(L_-)}$$

$$u(k) = k\sqrt{\left[\frac{u(|M|)}{|M|}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{u(L_1)}{L_1}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{u(L_2)}{L_2}\right]^2}$$

1.2 Détermination de *M* par effet « transformateur de tension »

1) Réaliser le montage ci-contre (les bobines X_1 et X_2 sont toujours accolées), où le G.B.F délivre un signal sinusoïdal de pulsation ω.



On a, en régime sinusoïdal forcé, et puisque $\underline{i_2} = 0$: $\underline{u_1} = r_1 \underline{i_1} + jL_1\omega\underline{i_1}$ et $\underline{u_2} = jM\omega\underline{i_1}$. De plus, pour une fréquence suffisamment élevée, on a $r_1 << L_1\omega$ (vérifier que c'est le cas pour une fréquence de quelques kHz, sachant que r_1 est de l'ordre de 10 Ω).

On a donc $\underline{u_1} \simeq jL_1\omega\underline{i_1}$, $\underline{u_2} = jM\omega\underline{i_1}$ et $\dfrac{|M|}{L_1} = \dfrac{U_2}{U_1}$.

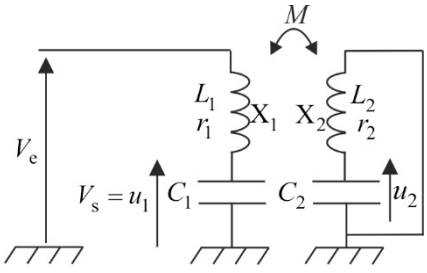
2) Vérifier que les deux signaux observés à l'oscilloscope sont donc en phase ou en opposition de phase selon le branchement des bornes de X_2. Déterminer $|M|$ en mesurant les valeurs efficaces U_1 et U_2 au voltmètre électronique :

Mesures : $|M| =$ mH $\quad u(|M|) =$ mH et $k = \dfrac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} =$ $\quad u(k) =$

3) Que se passe-t-il pour $|M|$ lorsque l'on éloigne X_2 de X_1, et lorsque les bobines X_1 et X_2 sont perpendiculaires ? Commenter.

1.3 Oscillations propres de deux circuits oscillants *LC* couplés

1) Réaliser le montage ci-contre avec $C_1 = C_2 = 10\,\mathrm{nF}$ et les bobines précédentes X_1 et X_2 accolées. Le signal V_e fourni par le G.B.F est rectangulaire de fréquence 100 Hz très inférieure à la fréquence propre $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ des oscillations non amorties de chaque oscillateur (de l'ordre de 8 kHz), afin de pouvoir observer les oscillations propres du système.

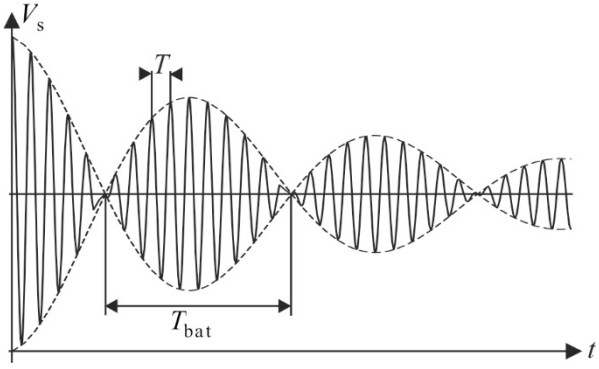


Si on considère $L_1 = L_2 = L$ et $r_1 = r_2 \simeq 0$, on est en présence de deux circuits *LC* identiques couplés par mutuelle inductance. Les pulsations propres sont alors données par :

$\omega_+ = \dfrac{1}{\sqrt{(L+M)C}} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$ correspondant au mode symétrique et

$\omega_- = \dfrac{1}{\sqrt{(L-M)C}} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}$ correspondant au mode antisymétrique.

Le facteur de couplage étant assez faible, on observe des battements. La période des oscillations est donnée par $T \approx T_0$ et celle des battements par $T_{bat} = \dfrac{2\pi}{\omega_- - \omega_+} \simeq \dfrac{2\pi}{k\omega_0} \simeq \dfrac{T}{k}$.



2) Observer le signal $V_s(t)$ à l'oscilloscope et l'amortissement des oscillations dû aux résistances des bobines.

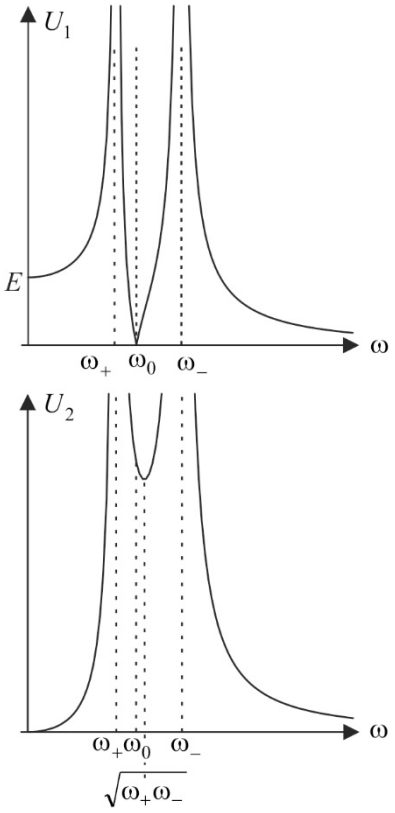
Mesures : $T =$ ms ; $u(T) =$ ms ; $T_{bat} =$ ms ; $u(T_{bat}) =$ ms. En déduire les valeurs de f_0 et k : $f_0 =$ kHz ; $u(f_0) =$ kHz.

Calculer $k = \dfrac{T}{T_{bat}} =$ $u(k) =$ et comparer aux valeurs précédentes.

1.4 Oscillations forcées de deux circuits couplés

On reprend le montage précédent, mais le G.B.F délivre maintenant un signal sinusoïdal de pulsation réglable et d'amplitude *E*.

Avec toujours $C_1 = C_2 = C$, $L_1 = L_2 = L$ et $r_1 = r_2 \simeq 0$, on a en régime sinusoïdal forcé : $\underline{u_1} = \dfrac{1 - LC\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2 - (MC\omega^2)^2}\underline{e}$ et $\underline{u_2} = \dfrac{MC\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2 - (MC\omega^2)^2}\underline{e}$. Les amplitudes de u_1 et de u_2 sont donc infinies pour $\omega_+ = \dfrac{1}{\sqrt{(L+M)C}} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$ et $\omega_- = \dfrac{1}{\sqrt{(L-M)C}} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}$, u_1 passe par un minimum nul pour ω_0, u_2 passe par un minimum non nul pour $\sqrt{\omega_+\omega_-} \simeq \omega_0$ (le facteur de couplage étant assez faible). La présence de résistances r_1 et r_2 faibles mais non nulles fait que les amplitudes de u_1 et de u_2 sont finies lors des résonances (on peut montrer qu'elles sont pratiquement égales à $\dfrac{E}{(r_1+r_2)C\omega}$ pour des pulsations très proches de ω_+ et ω_-).



Q.3) Vérifier que le calcul des fonctions de transfert donne bien : $\dfrac{\underline{u_1}}{\underline{e}} = \dfrac{1 - LC\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2 - (MC\omega^2)^2}$ et $\dfrac{\underline{u_2}}{\underline{e}} = \dfrac{MC\omega^2}{(1-LC\omega^2)^2 - (MC\omega^2)^2}$

1) Reprendre le montage précédent et régler le G.B.F en sinusoïdal de faible amplitude (les résonances sont aiguës). Visualiser u_1 et u_2 à l'oscilloscope. Vérifier qu'il y a deux résonances et une anti-résonance ; mesurer les fréquences correspondantes :

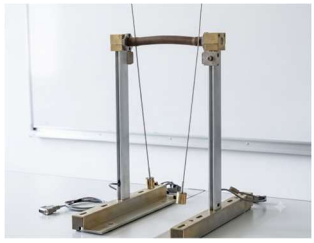
$f_- =$ kHz ; $u(f_-) =$ kHz $f_+ =$ kHz ; $u(f_+) =$ kHz

$f_0 =$ kHz ; $u(f_0) =$ kHz. En déduire $k = \dfrac{f_- - f_+}{f_0} =$; $u(k) =$

2) Réaliser sous LatisPro l'analyse spectrale des réponses impulsionnelles u_1 et u_2 afin de retrouver les valeurs de f_+, f_- et f_0.

2. PENDULES COUPLÉS PAR TORSION

2.1 Visualisation



Se connecter à l'adresse suivante :
http://www.youtube.com/watch?v=AS5uBVSB7bA
Visualiser les oscillations de deux pendules couplés faiblement à l'aide d'un tuyau en caoutchouc.

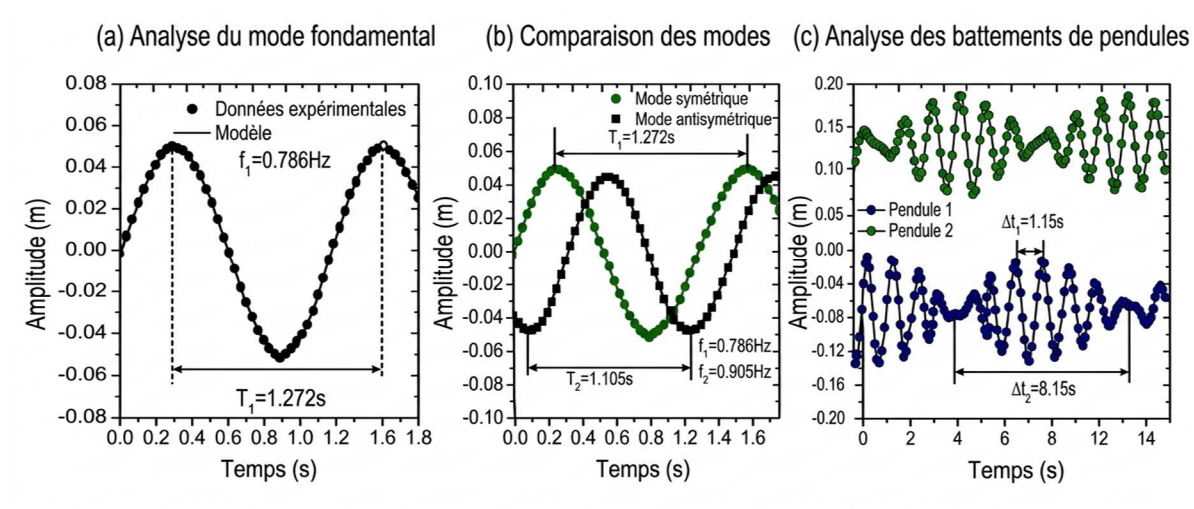
2.2 Modélisation

Q.4) Mettre en équation le système en supposant que les deux pendules sont identiques et qu'ils oscillent dans des plans verticaux parallèles, autour du même axe Δ. On note J_Δ le moment d'inertie d'un pendule par rapport à cet axe, m sa masse, et on note a la distance du centre d'inertie d'un pendule à l'axe de rotation.
Les mouvements des pendules sont repérés par les angles orientés θ_1 et θ_2 qu'ils font avec la verticale, et on note C la constante de torsion du tuyau en caoutchouc (le moment de rappel qu'exerce un fil de torsion d'axe Δ sur un objet placé en son extrémité est $M_\Delta = -C\theta$ où θ est l'angle algébrique dont est tordu le fil).

Q.5) Établir le système d'équations différentielles couplées régissant θ_1 et θ_2, angles supposés petits. Donner les pulsations des deux modes propres du système en fonction de J_Δ, m, g, a et C, puis en fonction de $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mga}{J_\Delta}}$ et de la constante de couplage $k = \dfrac{C}{mga}$, *supposée petite*.

2.3 Mesures de *k*

On peut obtenir l'évolution des angles en filmant le système avec une webcam. Les mesures ont été effectuées à la cadence de 30 images par seconde avec une ouverture au 1/250 s. Cette valeur est déterminante pour obtenir une image nette quand le pendule se déplace vite (passage par zéro). Le ficher obtenu, sauvegardé avec l'extension *.avi* peut être lu par exemple sous Latis-Pro. On obtient les résultats suivants :



Le premier graphe correspond à un seul oscillateur, le deuxième aux modes symétrique et antisymétrique, et le troisième au cas où l'on écarte l'un des oscillateurs de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale, le second étant initialement au repos dans sa position d'équilibre.
Commenter ces courbes. Quelles sont les analogies avec les bobines couplées de la partie 2 ?

Q.7) Déterminer numériquement la constante de couplage k de deux façons différentes.

Matériel :

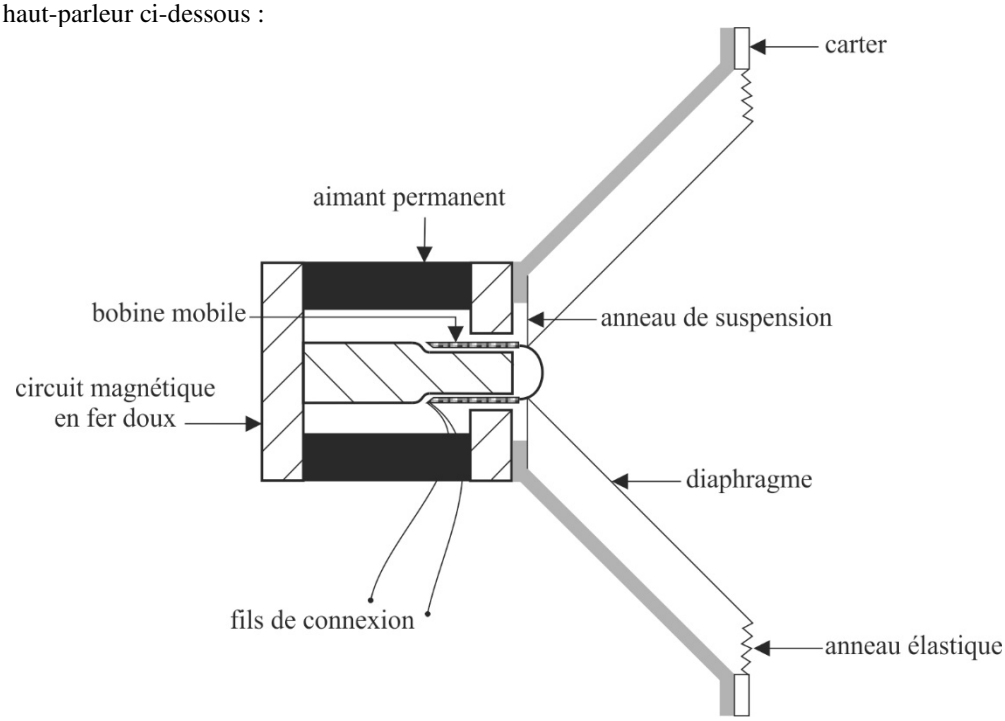
2 bobines de 1000 spires
2 boîtes de capacités
1 A.L.I TL 081
Petits composants *R* et *C* à demander au professeur et à remettre en place en fin de TP.

HAUT-PARLEUR ÉLECTRODYNAMIQUE

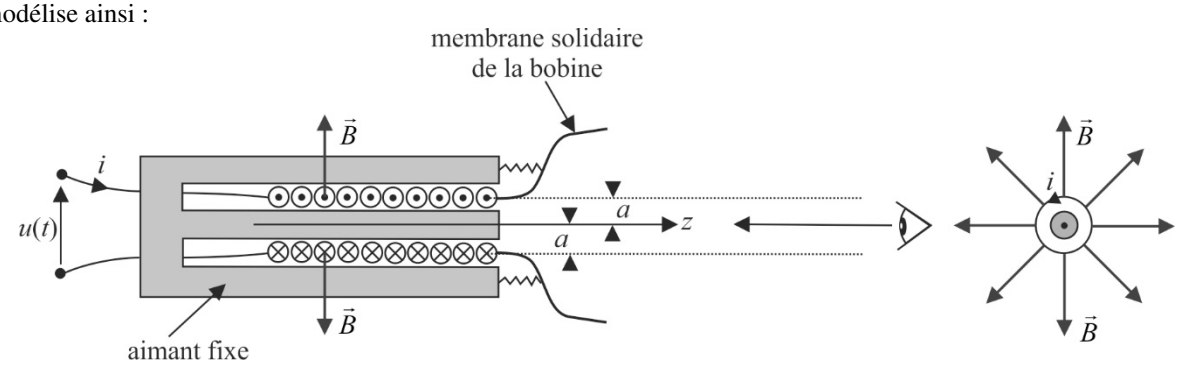
TP 11

Document 1 : Modélisation du haut-parleur

On considère le haut-parleur ci-dessous :



On le modélise ainsi :



L'aimant fixe crée un champ magnétique radial dans l'entrefer, de norme B constante à une distance a de l'axe de symétrie Oz du système. La membrane de masse m est solidaire d'une bobine constituée de N spires circulaires de rayon a, de longueur totale $\ell_0 = N2\pi a$, d'inductance propre L et de résistance R. La bobine peut se translater sans frottement selon Oz. La membrane est élastique : on modélise sa liaison avec l'aimant par un système de ressorts se comportant comme un ressort unique de raideur k. La résistance de l'air au déplacement de la membrane est modélisée par une force $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$, où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse de l'ensemble {bobine, membrane}. On soumet la bobine à une tension $u(t)$. Le haut-parleur ainsi modélisé est régi par :

$$\text{équation mécanique : } m\ddot{z} = -iB\ell_0 - kz - \lambda\dot{z}$$

$$\text{équation électrique : } u = Ri + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - B\ell_0\dot{z}$$

L'impédance du haut-parleur se met sous la forme $Z = R + jL\omega + \underbrace{\dfrac{B^2\ell_0{}^2/\lambda}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}}_{Z_m \text{ impédance motionnelle}}$, où $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et $Q = \dfrac{m\omega_0}{\lambda}$.

1. RÉPONSE IMPULSIONNELLE

1) Le haut-parleur est directement relié au boîtier d'acquisition piloté par LatisPro (donc $i = 0$). On frappe (sans détériorer le haut-parleur…) le centre de la membrane en laissant tomber sur quelques centimètres un stylo à bout rond de manière à ce qu'il rebondisse une seule fois sur le centre de la membrane) et faire une acquisition du signal recueilli. Plusieurs essais peuvent être nécessaires.

Le centre de la membrane est fragile : ne pas appuyer dessus, ne pas laisser tomber d'objets pointus dessus.

On obtient donc une réponse impulsionnelle dont calcule le spectre en sélectionnant la partie du signal où il n'y a plus de contact avec l'objet.

On prend les paramètres d'acquisition suivants : $N = 256\,000$ échantillons ; $T_e = 8\ \mu s$; $T_a = 2\ s$.

Q.1) On suppose que $Q > 1/2$. Montrer que la tension u aux bornes du haut-parleur est de la forme : $u(t) = u_{max} e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \cos\left(\omega_0 t\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} + \psi\right)$. On note $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ la fréquence des oscillations non amorties.

2) Mesurer les deux premiers maximas de $u(t)$ notés U_1 et U_2. En déduire le décrément logarithmique $\Lambda = \ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$ puis une première valeur, notée Q_1, du facteur de qualité Q.

$\Lambda =$; $u(\Lambda) \underset{(1)}{=} \sqrt{\left(\frac{u(U_1)}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{u(U_2)}{U_2}\right)^2} =$ $Q_1 \underset{(2)}{=} \frac{\sqrt{4\pi^2 + \Lambda^2}}{2\Lambda} =$; $u(Q_1) \underset{(3)}{=} \frac{\pi^2}{Q_1 \Lambda^3} u(\Lambda) =$

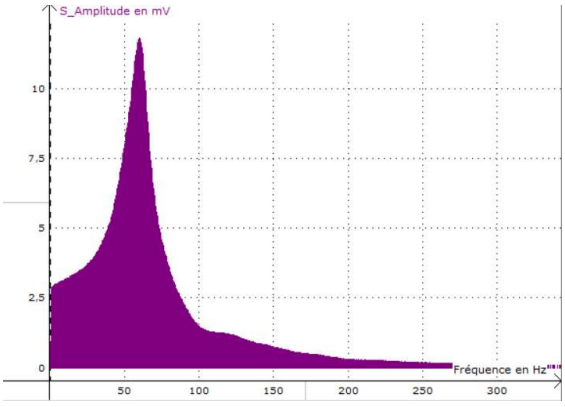
3) Mesurer la pseudo-période T des oscillations amorties.

$T =$ ms ; $u(T) =$ ms. On pose $X = 1 - \frac{1}{4Q_1^2} =$; $u(X) \underset{(4)}{=} \frac{u(Q_1)}{2Q_1^3} =$

En déduire une première valeur de $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, notée f_1 :

$f_1 \underset{(5)}{=} \frac{2Q_1}{T\sqrt{4Q_1^2 - 1}} =$ Hz ; $u(f_1) \underset{(6)}{=} f_1 \sqrt{\left[\frac{u(T)}{T}\right]^2 + \frac{1}{4}\left[\frac{u(X)}{X}\right]^2} =$

4) Exploiter également le spectre de la réponse impulsionnelle (donner l'écart $\delta f =$ Hz entre deux fréquences du spectre calculé) pour déterminer d'autres valeurs de f_0 et Q, notées f_2 et Q_2 :



Exemple de spectre obtenu

$f_2 =$ Hz ; $u(f_2) = \frac{\delta f}{\sqrt{3}} =$ Hz

Mesurer la bande passante :

$\Delta f =$ Hz du filtre ; $u(\Delta f) \underset{(7)}{=} \delta f \sqrt{\frac{2}{3}} =$ Hz. En déduire Q_2 :

$Q_2 = \frac{f_2}{\Delta f} =$; $u(Q_2) \underset{(8)}{=} Q_2 \sqrt{\left[\frac{u(f_2)}{f_2}\right]^2 + \left[\frac{u(\Delta f)}{\Delta f}\right]^2} =$

5) On n'a pour le moment que deux équations pour trouver trois paramètres mécaniques : m, k et λ. On rajoute sur le centre de la membrane une masse connue (par exemple $M = 150\,g$) et on recommence la manipulation précédente. *On exploite uniquement la réponse temporelle.* On ne s'intéresse d'autre part qu'aux ordres de grandeur : **aucun calcul d'incertitude n'est demandé ici**.

Mesurer la nouvelle valeur f_1' de la fréquence des oscillations non amorties (évaluer le nouveau facteur de qualité et montrer que $f_1' \simeq 1/T'$ avec T' pseudo-période des oscillations amorties) :

$f_1' =$ Hz ; $u(f_1') =$ Hz

En déduire successivement $m \underset{(9)}{=} \frac{M}{\left(f_1/f_1'\right)^2 - 1} =$ g ; $k = 4\pi^2 m f_0^2 =$ $N \cdot m^{-1}$; $\lambda = m\frac{2\pi f_0}{Q} =$ $kg \cdot s^{-1}$;

Q.2) Démontrer les relations numérotées de (1) à (9).

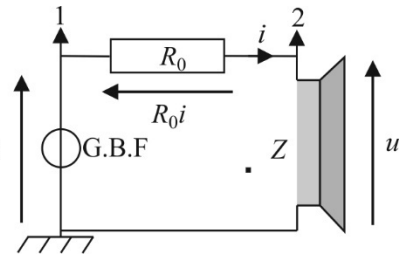
2. RÉPONSE HARMONIQUE

2.1 Mesure de la résistance *R* en continu et de l'inductance *L* à 1 kHz

1) Effectuer la mesure de *R* en continu à l'ohmmètre : $R =$ Ω ; $u(R) =$ Ω.

2) Appliquer la tension sinusoïdale $u_1 = e$ de fréquence f et **d'amplitude maximale 10 V** issue d'un G.B.F sur l'association série d'une résistance $R_0 = 100\ \Omega$ et du haut-parleur d'impédance *Z*. On prélève à l'oscilloscope u_1 et $u_2 = u$ aux bornes du haut-parleur.

Procéder à l'acquisition de $e(t)$ et $u(t)$ avec LatisPro et calculer numériquement $i = (e-u)/R_0$. Les amplitudes crête-à-crête *U* et *I* de *u* et de *i* peuvent alors être mesurées automatiquement (Outils → Mesures Automatiques → Valeurs Maxi – Mini).



À RETENIR

Il convient de vérifier que U_{1eff} ou U_{1max} restent constants sur le domaine de fréquence balayé. En effet ce n'est pas toujours le cas : l'impédance d'entrée d'un montage électronique peut varier avec la fréquence et ne plus être très supérieure à la résistance d'entrée du G.B.F $r = 50\ \Omega$.

On cherche d'abord à mesurer l'inductance *L* (très faible !) du haut-parleur en tenant compte du fait que le terme Z_m dans *Z* est négligeable lorsqu'on est suffisamment loin de la résonance, c'est-à-dire de f_0. On a alors : $Z \simeq R + jL\omega$.

En réalité, lorsque la fréquence croît, l'effet de peau dans les fils augmente leur résistance et les pertes Foucault dans les aimants diminue l'inductance. On se contente souvent de déterminer la valeur de *L* à 1 kHz.

Déduire du modèle affine $Y = |Z|^2 = R^2 + 4\pi^2 L^2 f^2$ la valeur de *L* **à 1 kHz** : $L =$ **mH.**

2.2 Tracé du module de *Z* en fonction de *f* au voisinage de la résonance

1) Tracer la courbe $|Z|(f)$ autour de la résonance principale (c'est-à-dire de la valeur f_1 mesurée dans la première partie). On rendra une mesure tous les 10 Hz à partir de 20 Hz, puis tous les Hz au voisinage de la fréquence de résonance).

f (Hz)	20	30	40														
U (V)																	
I (A)																	

f (Hz)														80	90	100
U (V)																
I (A)																

Tracer à l'aide de Latispro le graphe $|Z|$ en fonction de *f* en échelle linéaire.

En déduire une nouvelle valeur, notée f_3, de la fréquence de résonance : $f_3 =$ Hz ; $u(f_3) =$ Hz et la valeur $Z_{max} =$ Ω de $|Z|$ atteinte pour f_3.

Pour déterminer $B\ell_0$, on utilise le point théorique suivant :

Document 2 : Étude théorique

Pour des pulsations proches de la pulsation de résonance ω_0, on peut négliger $L\omega$ devant *R* :

$$Z \simeq R + \frac{B^2 {\ell_0}^2 / \lambda}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = R + \frac{R_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Q.3) En déduire la valeur maximale théorique Z_{max} atteinte par $|Z|$.

On note ω_b et $\omega_h > \omega_b$ les pulsations telles que $|Z| = \sqrt{Z_{max} R}$. Montrer qu'elles sont solutions de :

$Q^2 R\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = R + R_0 = Z_{max}$. En déduire que l'écart fréquentiel $\Delta f = f_h - f_b$ vaut $\Delta f = \frac{f_0}{Q}\sqrt{\frac{Z_{max}}{R}}$.

2) Déduire $R_0 = \dfrac{B^2\ell_0{}^2}{\lambda} =$ Ω, puis la valeur $B\ell_0 =$ $\mathrm{T\cdot m}$, de la valeur Z_{max} trouvée.

3) Exploiter le graphe et déduire de la mesure de Δf une nouvelle valeur, notée Q_3, de Q : $Q_3 = \dfrac{f_0}{\Delta f}\sqrt{\dfrac{Z_{max}}{R}} =$

2.3 Déphasage entre la tension et le courant

Document 2 : Étude théorique

Pour des pulsations très supérieures à ω_0, $Z = R + jL\omega + \dfrac{B^2\ell_0{}^2/\lambda}{jQ\omega/\omega_0} = R + j\left[L\omega - \dfrac{B^2\ell_0{}^2/\lambda}{Q\omega/\omega_0}\right]$: tension et courant sont en phase pour $f' \simeq \dfrac{B\ell_0}{2\pi\sqrt{mL}}$, de l'ordre de quelques centaines de Hz.

Évaluer f' par tâtonnement à l'aide de LatisPro (en représentant *u* en fonction de *i*).

Mesure : $f' =$ Hz

En déduire avec les valeurs numériques de *m* et de $B\ell_0$ précédemment obtenues une nouvelle valeur de *L* :

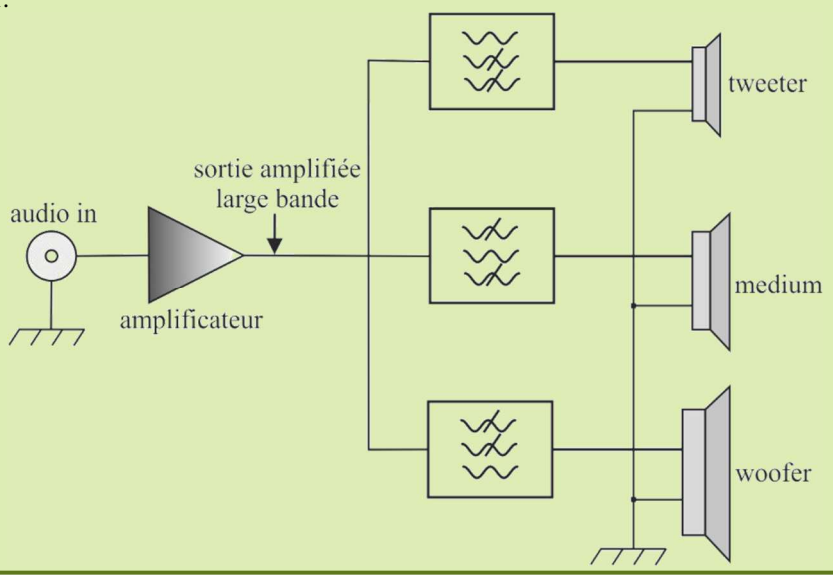
$(B\ell_0)_2 = 2\pi\sqrt{mL(f'^2 - f_0{}^2)} =$ $\mathrm{T\cdot m}$

3. SYNTHÈSE

1) Comparer les différents résultats obtenus pour Q, $B\ell_0$ et f_0. Commenter.

Q.4) Dans le modèle utilisé, le rendement du haut-parleur vaut $\rho = \dfrac{1}{1 + \dfrac{R}{R_m(\omega)}}$ où $R_m(\omega) = R + \dfrac{B^2\ell_0{}^2/\lambda}{1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$ est la résistance motionnelle du haut-parleur. Donner l'allure de la courbe $\rho(\omega)$. Préciser dans quel domaine de cette courbe le haut-parleur doit être utilisé.

Q.5) Comment doivent évoluer les caractéristiques (*k* : raideur, *m* : masse) du haut-parleur pour obtenir un « tweeter » (haut-parleur qui restitue les sons aigus), un « medium » (sons de fréquences moyennes) et un « woofer » (sons graves) ?
Commenter le branchement électrique de ces trois haut-parleurs (figure ci-dessous) et la présence de filtres passifs différents pour chaque haut-parleur.



Matériel :

Haut-parleur et masse $M = 150\,\mathrm{g}$
Boîte de résistances

T.P 11 : HAUT-PARLEUR ÉLECTRODYNAMIQUE

BILAN
DE TP

Ce T.P est réalisé en binôme.
Il permet de faire le bilan de capacités acquises jusque-là, et de s'entrainer à répondre à des questions théoriques et expérimentales pendant une durée limitée, puis à rédiger un compte-rendu soigné et complet.
Il sera noté.

ASPECTS THERMODYNAMIQUE ET CINÉTIQUES DE L'ÉLECTROCHIMIE

TP 13 CHIMIE

1. ASPECT THERMODYNAMQUE : DIAGRAMME E-pH DE L'ARGENT

On désire tracer le diagramme E–pH de l'argent, en tenant compte des trois espèces Ag(s), $Ag^+(aq)$ et Ag(OH)(s).

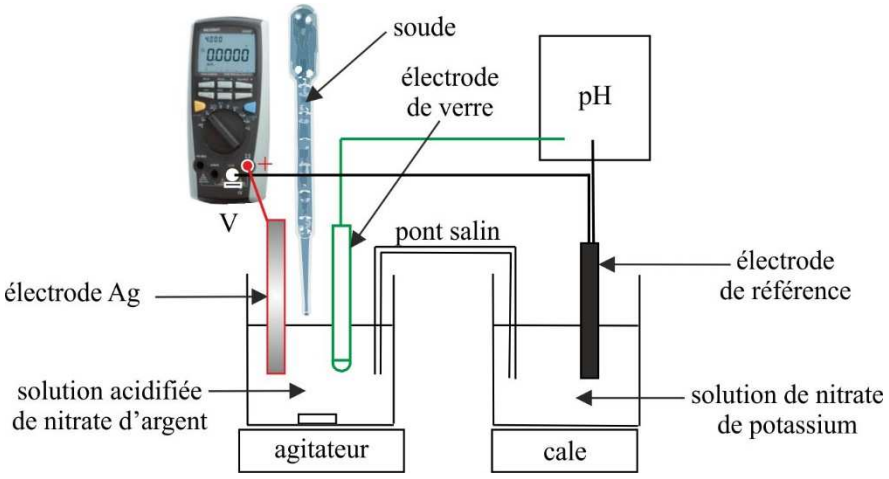
Q.1) On donne les valeurs tabulées à 25°C : $\boldsymbol{RT\ln(10)/F \simeq 59\ mV}$ ET PAS 60 mV comme on fait usuellement l'approximation ; $E^0(Ag^+/Ag) = 0{,}80\ V$; $pK_s[Ag(OH)(s)] = 7{,}7$, et enfin $pK_e = 14{,}0$, où K_e est le produit ionique de l'eau.
Déterminer les expressions théoriques des frontières de potentiel et de pH du diagramme potentiel-pH de l'argent.
Tracer ce diagramme pour une concentration maximale en atomes d'argent en solution $c_0 = 10^{-2}\ mol\cdot L^{-1}$.

1.1 Principe

Dans une solution acide contenant des ions Ag^+ et une électrode d'argent, on fait varier le pH par ajout de soude.

On mesure simultanément le potentiel rédox du couple Ag^+/Ag (à l'aide d'une électrode d'argent) et le pH de la solution (à l'aide d'une électrode de verre).
L'électrode de référence par rapport à laquelle on mesure les potentiels des électrodes d'argent et de verre est placée dans un bécher séparé, mais en contact électrique avec la solution acide via le pont salin.
Cette électrode de référence n'est pas la même selon les paillasses ; son potentiel à 25°C vous est donné lors du T.P :

$$E_{réf} = \quad \text{mV}$$



⚠ **Les électrodes de verre et de référence sont fragiles et chères ; les manipuler avec la plus grande précaution.**

1.2 Mesures

1) Rincer l'électrode d'argent ainsi que les deux autres électrodes (verre et référence).

2) Étalonner le pH-mètre avec deux solutions tampon de $pH = 4{,}00$ et $pH = 7{,}00$ (**les deux électrodes, de verre et de référence**, doivent plonger dans la solution tampon !), suivre le protocole indiqué.

3) Prélever, à l'aide d'une fiole jaugée de volume $V_0 = 100\ mL$, la solution acidifiée de nitrate d'argent, déjà préparée, de concentration $c_0 = 10^{-2}\ mol\cdot L^{-1}$ en nitrate d'argent (Ag^+ , NO_3^-) et $c_0 = 10^{-2}\ mol\cdot L^{-1}$ en acide éthanoïque CH_3COOH. Verser cette solution dans un bécher de 250 mL.

Q.2) En négligeant la dilution, quel volume de soude faudrait-il verser pour obtenir cette précipitation si la solution de nitrate d'argent n'avait pas été acidifiée ?
Quel volume de soude faut-il verser pour obtenir cette précipitation avec la solution de nitrate d'argent préalablement acidifiée ?
On donne $pK_a(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$.
En déduire pourquoi on peut négliger la dilution et considérer que $\left[Ag^+\right] = c_0$ dans la première partie du diagramme (avant la précipitation).

4) Placer l'électrode de référence dans un bécher séparé contenant une solution de nitrate de potassium (K^+ , NO_3^-), et mettre en place le pont salin.

5) Mettre en place l'agitateur magnétique.

6) Verser la soude de concentration $c = 1\ mol \cdot L^{-1}$ à l'aide d'une pipette en plastique, **par petites quantités** (quelques gouttes) et noter pour chaque point le pH et la différence de potentiel e mesurée au voltmètre.
Encadrer le pH correspondant à l'apparition du précipité Ag(OH)(s), que l'on notera pH_1 (une goutte avant, le précipité formé au voisinage de la goutte de soude tombée dans la solution finit pas disparaître avec l'agitation, une goutte après, il se maintient).

Dresser le tableau suivant (les valeurs de V importent peu puisque seuls e et pH sont à mesurer ; il convient donc de suivre l'évolution des mesures pour bien répartir les points du diagramme, et **de verser au goutte-à-goutte**).

pH																				
e (mV)																				

7) Ne pas jeter la solution contenant l'argent : la placer dans le bidon prévu à cet effet en veillant à récupérer l'agitateur magnétique.

8) Dès que la manipulation est terminée, nettoyer les électrodes à l'eau distillée et les ranger dans leur logement.

1.3 Exploitation graphique

1) À l'aide du logiciel LatisPro, tracer $E = f(pH)$, **en n'oubliant pas de tenir compte du potentiel de l'électrode de référence** : $\boldsymbol{E = e + E_{réf}}$ en mV.
Modéliser, avant l'apparition du précipité, la courbe par une droite **horizontale** (expliquer pourquoi) et la tracer.
Identifier, tracer, et donner l'équation d'une portion affine après l'apparition du précipité.
Ajouter la frontière de précipitation et donner son pH, noté pH_2 . Comparer au pH_1 observé. Préciser les domaines de prédominance ou d'existence.

2) À l'aide du tracé, déterminer la valeur **expérimentale** de $E^0(Ag^+/Ag)$, ainsi que la valeur **expérimentale** de pK_s . Commenter.

3) Comparer la pente expérimentale de la frontière Ag(OH)(s) / Ag(s) avec sa valeur théorique.

2. ASPECTS THERMODYNAMQUES ET CINÉTIQUES : CORROSION DES MÉTAUX

La corrosion désigne l'altération d'un objet manufacturé par l'environnement. Les exemples les plus connus sont les altérations chimiques des métaux dans l'eau — avec ou sans oxygène — telles la rouille du fer et de l'acier, ou la formation de vert-de-gris sur le cuivre et ses alliages (bronze, laiton). Cette **corrosion aqueuse** a un impact économique très important, nécessitant une grande variété de moyens de protections des métaux.



2.1 Oxydation du magnésium

On donne en annexe les diagrammes potentiel–pH du fer, du cuivre, ainsi que les potentiels standard et les courbes intensité–potentiel relatifs à quelques éléments.

Q.3) Justifier que certains métaux (comment les appelle-t-on ?) placés dans de l'eau subissent une oxydation, et que cette oxydation est favorisée en milieu acide, alors que d'autres, non.

1) Placer un ruban de magnésium **soigneusement** décapé dans un tube à essai contenant 1 cm d'eau. Ajouter quelques gouttes d'un indicateur coloré dont la forme acide et la forme basique sont de couleurs différentes, poser le tube, attendre quelques minutes et observer l'évolution. Décrire vos observations en termes de vitesse de réaction (débit gazeux formé).

Q.4) Quelles sont les espèces formées au cours de la réaction ? Écrire l'équation bilan pour une solution de $pH = 7$.

2) Reprendre l'expérience en remplaçant l'eau par une solution molaire d'acide chlorhydrique. Décrire vos observations en termes de vitesse de réaction (débit gazeux formé). Craquer une allumette au-dessus du tube : le son « pffuit » obtenu est caractéristique de la combustion du dihydrogène.

Q.5) Écrire l'équation bilan pour une solution de $pH = 0$. Interpréter l'influence du pH en relation avec le diagramme *E*–pH du couple $H^+/H_2(g)$, et sur les courbes *i*(*V*).

2.2 Oxydation du zinc

1) Placer dans petit bécher un fil de zinc et rajouter une solution d'acide chlorhydrique de concentration $c = 1{,}0\,mol\cdot L^{-1}$. Décrire vos observations en termes de vitesse de réaction (débit gazeux formé).

2) Toucher avec un fil de platine (utiliser l'électrode) la partie du fil immergée. Décrire vos observations.

3) Interpréter en utilisant les courbes intensité–potentiel données ci-dessous. Représenter les mouvements de charge sur un schéma. Mettre en évidence la nécessité de compléter l'étude thermodynamique par une étude cinétique.

2.3 Protection contre la corrosion

1) Dans un bécher contenant une solution molaire de chlorure de sodium, introduire quelques gouttes d'indicateur coloré acido-basique, quelques gouttes de ferricyanure de potassium (donne un précipité bleu en présence d'ions Fe^{2+}), introduire deux fils décapés constitués de métaux différents (fer / cuivre pour une moitié de classe, fer / zinc pour l'autre). Relier ces fils par un ampèremètre. Ne plus toucher le bécher et ne pas agiter. Décrire vos observations.

2) Dans quel sens le courant circule-t-il ? Écrire les équations rédox des couples mis en jeu en tenant compte que la solution est de $pH = 7$. Quel est le métal oxydé ? Déduire de l'étude une méthode de protection du fer contre l'oxydation.

Q.5) Étudier théoriquement, à l'aide des données thermodynamique, les deux cas (Fe/Cu et Fe/Zn) : donner les réactions ayant lieu à chaque électrode à $pH = 7$, le sens du courant, prévoir l'apparition éventuelle d'ions OH^- et Fe^{2+} , et l'électrode où ils apparaissent.

Annexe :

Électrode	Potentiel standard E^0 (V)
or : $Au(s)/Au^{3+}$	1,50
platine : $Pt(s)/Pt^{2+}$	1,20
argent : $Ag(s)/Ag^{+}$	0,80
oxygène : $O_2(g)/OH^-$	0,40
cuivre : $Cu(s)/Cu^{2+}$	0,34
hydrogène : $H^+ / H_2(g)$	0
plomb : $Pb(s)/Pb^{2+}$	–0,13
nickel : $Ni(s)/Bi^{2+}$	–0,26
fer : $Fe(s)/Fe^{2+}$	–0,44
chrome : $Cr(s)/Cr^{3+}$	–0,74
zinc : $Zn(s)/Zn^{2+}$	–0,76
titane : $Ti(s)/Ti^{2+}$	–1,63
aluminium : $Al(s)/Al^{3+}$	–1,66
magnésium : $Mg(s)/Mg^{2+}$	–2,37

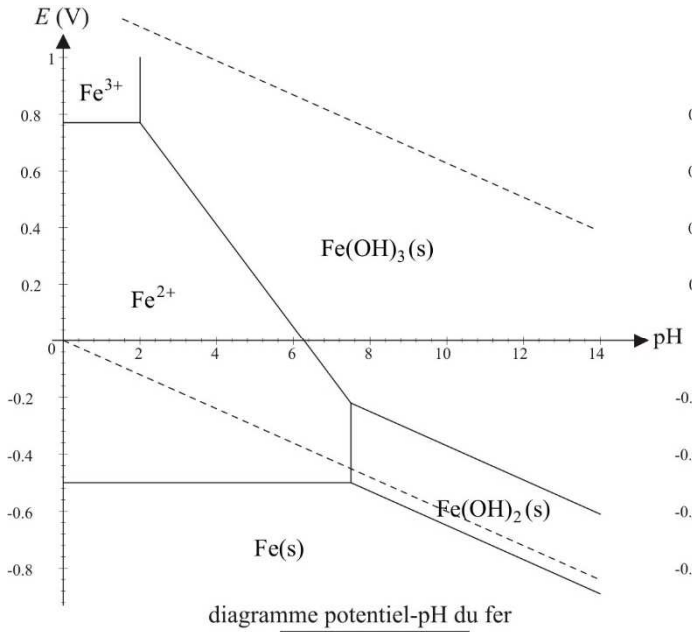


diagramme potentiel-pH du fer

$c_0 = 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

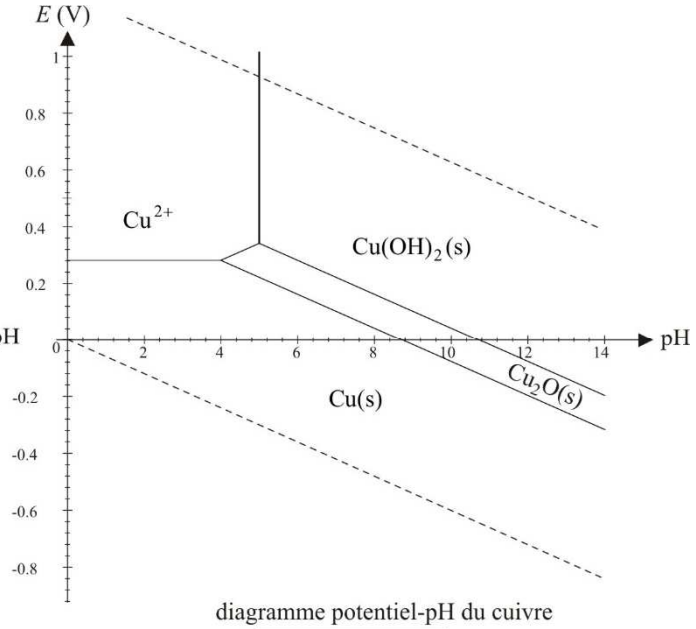
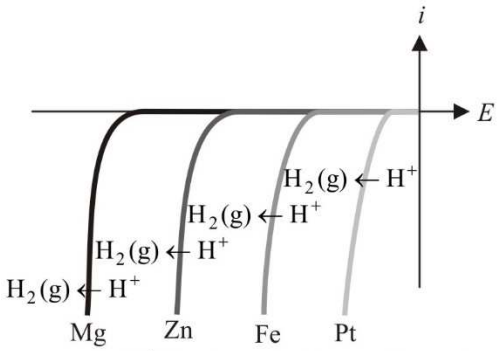
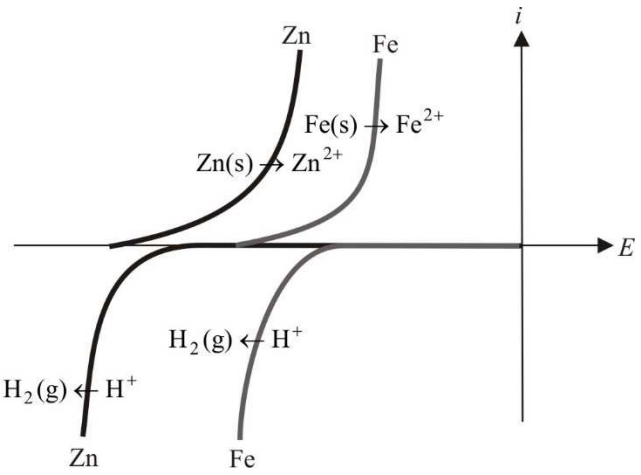


diagramme potentiel-pH du cuivre

$c_0 = 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$



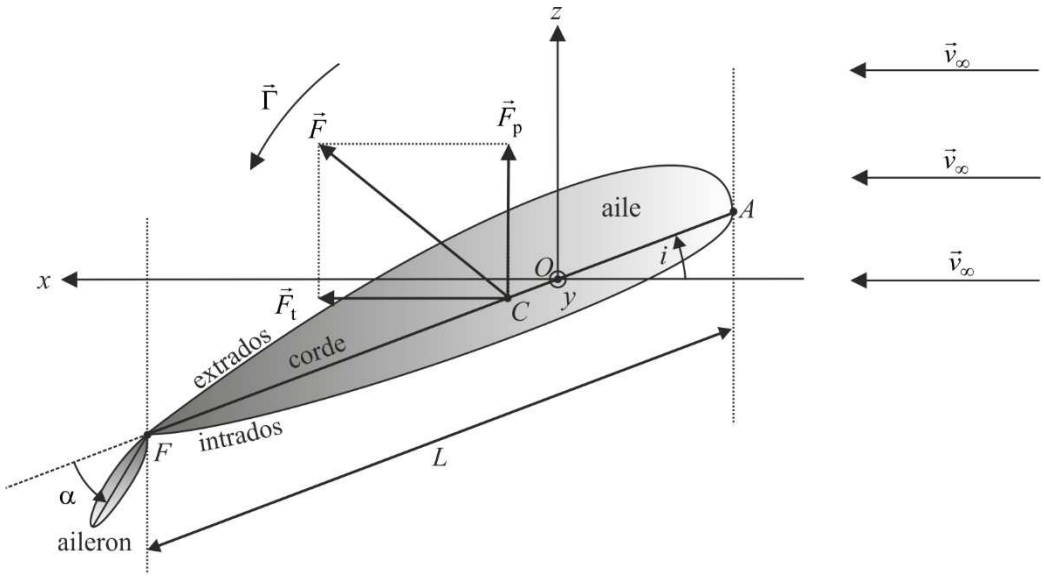
couple $H^+/H_2(g)$ sur différentes électrodes



ACTIONS AÉRODYNAMIQUES SUR UNE AILE D'AVION

TP 14

Document 1 : Paramétrage de l'écoulement autour d'une aile d'avion



L'aile est placée dans une soufflerie qui permet d'obtenir un écoulement d'air quasi-uniforme dans la veine d'essai. On note ρ la masse volumique de l'air.

Sur le schéma ci-dessus sont définis :
— la vitesse $\vec{v}_\infty$ du fluide loin de l'aile ;
— le bord d'attaque *A*, le bord de fuite *F*, ainsi que la corde *AF* de longueur $L = AF$;
— l'angle d'attaque (d'incidence) *i* ;
— l'angle α d'orientation de l'aileron ;
— l'axe *Oy* de rotation de l'aile ;
— la résultante $\vec{F}$ des actions aérodynamiques sur l'aile, de composantes $\vec{F}_t$ (force de traînée) et $\vec{F}_p$ (force de portance) ;
— le moment résultant $\vec{\Gamma} = \overrightarrow{OC} \wedge \vec{F}$ des actions aérodynamiques (moment de tangage ici), où *C* est le centre de poussée.

On note *H* l'envergure de l'aile (sa longueur selon *Oy*) et on définit **ici** la surface alaire $\mathcal{S} = H \cdot L$ (qui est une constante, au contraire du maître-couple $\mathcal{S} \cdot \sin i$ qui varie avec l'incidence).

Les coefficients de traînée C_x et de portance C_z sont définis par $\vec{F}_t = \frac{1}{2}\rho \mathcal{S} C_x v_\infty^2 \vec{e}_x$ et $\vec{F}_p = \frac{1}{2}\rho \mathcal{S} C_z v_\infty^2 \vec{e}_z$. Ainsi on aura toujours $C_x > 0$ alors que C_z peut être positif si la portance est « vers le haut » mais négatif sinon.

Q.1) Quelle est la dimension de C_x et de C_z ? En quoi C_x quantifie-t-il l'aérodynamicité d'un profil mieux que $\|\vec{F}_t\|$?

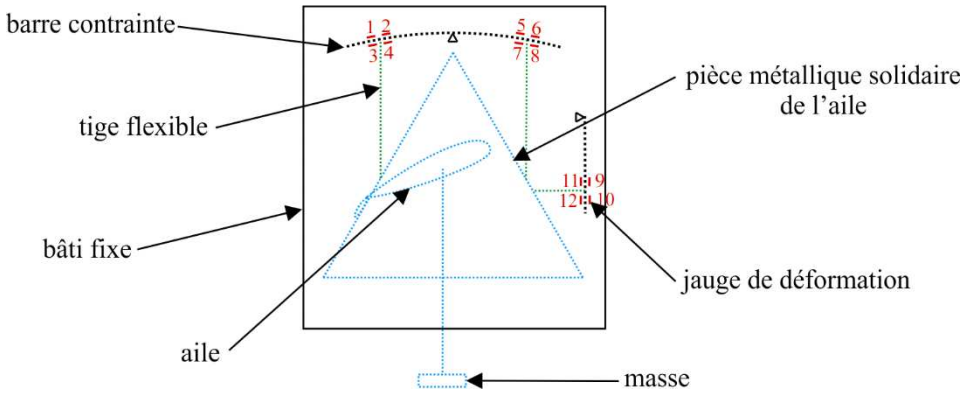
Valeurs numériques pour le profil d'aile étudié :

corde : $L = AF$ = 152 mm
envergure H = 450 mm
OA = 38 mm

1. BALANCE AÉRODYNAMIQUE

1.1 Principe

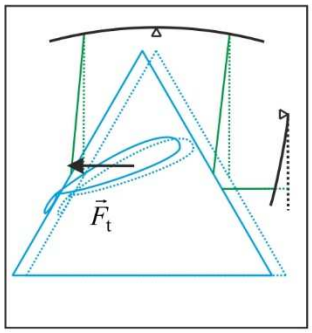
On utilise des jauges de contrainte pour mesurer F_t, F_p et Γ. Une telle jauge de déformation est constituée de fils électriques de longueur ℓ, de section s et de conductivité γ, collés à la structure, et dont la longueur, donc la résistance, varie lors de la déformation. On peut donc mesurer cette dernière *via* une mesure de résistance électrique, à l'aide d'un pont de Wheatstone.



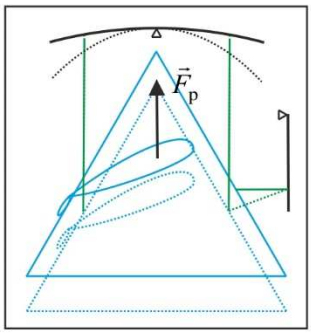
L'aile est liée à une pièce métallique triangulaire (« balance » aérodynamique) qui peut se déplacer, sous l'action de l'écoulement, par rapport au bâti fixe. Les efforts subis par l'aile sont transmis à deux barres par l'intermédiaire de tiges souples, ce qui engendre des déformations de ces barres, mesurées à l'aide des 12 jauges. Sur la figure du dessus, le système est représenté alors qu'il n'y a pas d'écoulement. Dans ce cas, on règle le conditionneur pour qu'il affiche 0 pour F_t, F_p et Γ.

Q.2) Pourquoi doit-on placer une masse sur la balance ?
Pourquoi les tiges reliant les pièces en mouvement aux barres sont-elles souples et non rigides ?

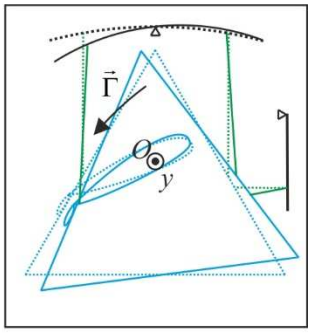
Les mouvements du système dans les cas particuliers (traînée pure, portance pure, couple pur) sont représentés ci-dessous :



mesure de la traînée



mesure de la portance

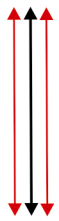


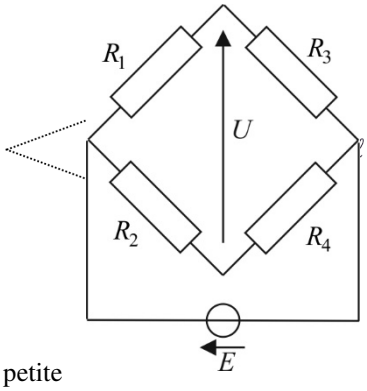
mesure du moment du couple

⚠ **Le système est prévu pour résister aux efforts dus à l'écoulement, mais pas à une manutention trop brutale. Il faut donc impérativement BRIDER la balance aérodynamique sur le bâti avant toute intervention sur l'aile (modification de la position de l'aileron…) et en fin de séance. Il suffit pour cela de visser (SANS FORCER) les deux vis coniques métalliques prévues à cet effet.**

Document 2 : Principe des jauges de déformation

En l'absence de déformation, les longueurs des fils de toutes les jauges sont identiques, et les résistances de toutes les jauges sont identiques. Lors d'une torsion des barres, deux capteurs placés de part et d'autre de la barre subissent des variations de longueurs en sens opposés : l'un des capteurs s'allonge, l'autre se contracte. Les variations de longueur restant très faibles, on se place dans l'approximation linéaire : les variations de longueur sont opposées, égales à $\pm\Delta\ell$, et leurs résistances sont alors $R_0 \pm \Delta R$, avec $R_0 = \dfrac{\ell}{\gamma s}$. ΔR est proportionnel à l'effort appliqué à la barre, et on cherche à mesurer la petite variation relative $\dfrac{\Delta R}{R_0} \propto \dfrac{\Delta \ell}{\ell} \propto F_t$, ou F_p, ou Γ. On utilise pour cela le pont de Wheatstone ci-contre.


sans torsion



T.P 14 : ACTIONS AÉRODYNAMIQUES SUR UNE AILE D'AVION

Q.3) Les résistances valent $R_i = R_0 + \Delta R_i$ avec $\Delta R_i << R_0$.

Montrer que $U = \dfrac{E}{4R_0}\left[\Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_1 - \Delta R_4\right]$.

Q.4) Indiquer quels capteurs il faut positionner dans le pont de Wheatstone et dans quelle position pour accéder à F_t. Pourquoi le pont permet-il d'obtenir une tension mesurable avec une bonne précision ?

Le conditionneur-afficheur a été étalonné (choix du gain) de façon à indiquer directement F_t en N, F_p en N et Γ en $\mathbf{N \cdot dm}$.

La traînée, orientée selon $\vec{e}_x$, est toujours positive. La portance est orientée selon $\vec{e}_z$. Le moment Γ est orienté selon $\vec{e}_y$ (dans le sens trigonométrique) alors que le conditionneur fournit une valeur correspondant à une orientation dans le sens anti-trigonométrique : **il convient donc de changer le signe par rapport à la valeur lue**.

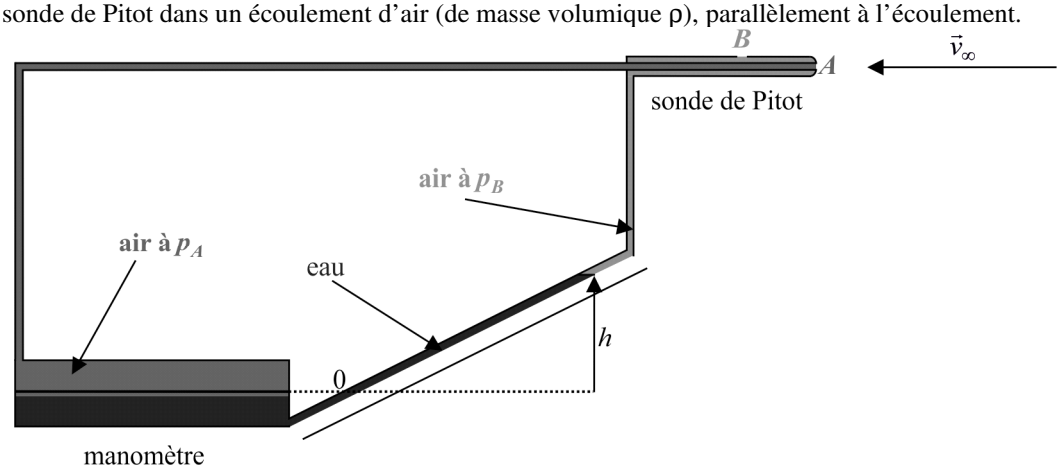
1.2 Réglage du zéro

1) Procéder à la mise à zéro des indications lorsque la soufflerie n'est pas activée. Il faut pour cela débrider le système et régler l'horizontalité de la balance.

2. SONDE DE PITOT

2.1 Principe

On place une sonde de Pitot dans un écoulement d'air (de masse volumique ρ), parallèlement à l'écoulement.



Q.5) L'écoulement est supposé parfait, stationnaire et incompressible. Expliquer comment on peut mesurer la vitesse de l'écoulement en mesurant la pression p_A à l'entrée du tube (pression totale) et p_B en un point B à l'aval sur la paroi latérale du tube (pression statique).

Un manomètre différentiel est rempli d'eau de masse volumique ρ_{eau}. En l'absence d'écoulement, le niveau de l'eau dans le tube en verre (de faible section) est repéré par $h = 0$. En présence d'un écoulement, l'eau monte dans le tube d'une hauteur h qui se lit *directement* (en mm d'eau) sur la règle graduée placée contre le tube.

Q.6) Montrer que la vitesse de l'écoulement est donnée par $v_\infty = \sqrt{\dfrac{2g\rho_{eau}h}{\rho}}$.

2.2 Mesures

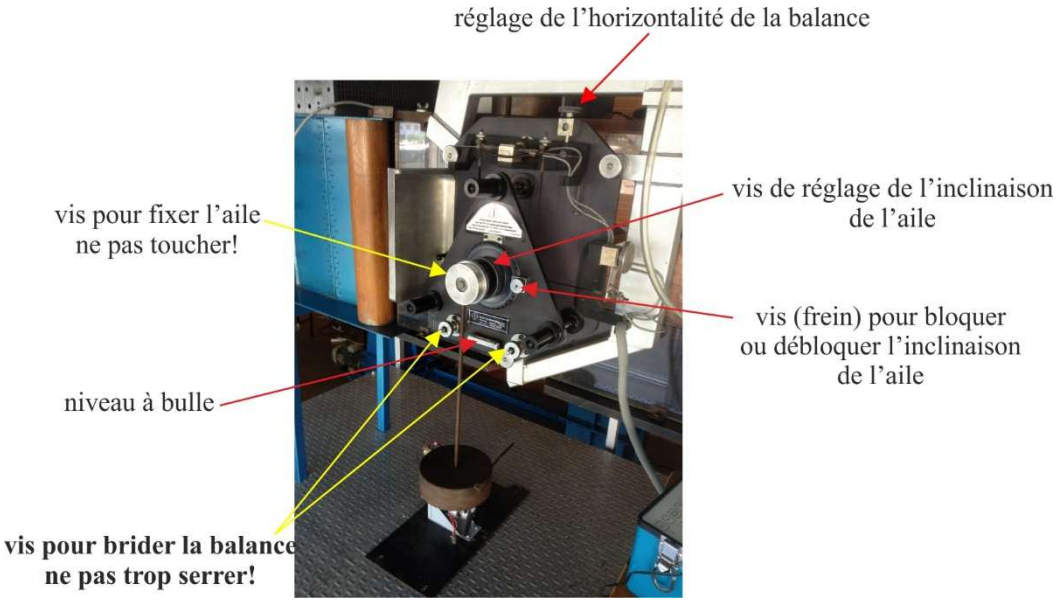
1) Régler la puissance de la soufflerie pour que $\boldsymbol{h = 30\ mm}$. En déduire v_∞.

2) Les sondes de Pitot doivent être utilisées à très grand nombre de Reynolds. Définir puis calculer la valeur du nombre de Reynolds pour l'écoulement étudié. On donne $\eta_{air} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Pa·s. Commenter la valeur trouvée.

3. TRAÎNÉE, PORTANCE, POLAIRE D'EIFFEL, FINESSE ET COUPLE

3.1 Position de l'aileron

1) **Le système étant bridé**, on modifie la position de l'aileron à l'aide d'un clé Allen (accès à l'aileron par la trappe arrière). On peut faire varier sa position par pas de 15°. **On étudiera dans ce T.P les positions : 0° ; +15° et −15° .**



3.2 Mesures

1) Pour une position de l'aileron donnée, mesurer les efforts pour des incidences variant par pas de 2° dans l'intervalle $[-4°,24°]$ sauf au voisinage de la valeur maximale de la portance où l'on prendra un pas de 1°.

— Les mesures n'ont un sens que si la balance est débridée.

— Il n'est pas nécessaire de débrider la balance lorsque l'on change l'inclinaison de l'aile.

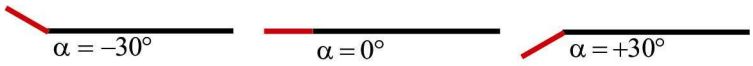
Ne pas oublier de vérifier que la balance est horizontale entre deux manipulations de l'aileron, retoucher le réglage de l'horizontalité le cas échéant.

Brider le système lors d'un changement de l'inclinaison de l'aileron.

3.3 Exploitation

1) Tracer sur le même graphe les courbes $C_x(i)$ pour les 3 positions de l'aileron, et sur un autre les courbes $C_z(i)$ pour les 3 positions de l'aileron.

Interpréter soigneusement ces courbes à l'aide de schémas où l'aile sera considérée comme une fine plaque :



On examinera alors sur ces schémas l'effet de l'incidence i sur les filets fluides et sur le maître-couple $\mathscr{S} \cdot \sin i$.

Déterminer les incidences correspondant :

— à une portance nulle ;

— au décrochage (sous la forme d'un intervalle).

2) Tracer sur le même graphe les courbes paramétrées (polaires d'Eiffel) $\begin{cases} X = C_x(i) \\ Y = C_z(i) \end{cases}$ pour les 3 positions de l'aileron.

Déterminer les incidences correspondant à une finesse maximale en indiquant la méthode utilisée.

3) Tracer la courbe donnant la finesse $f = C_z / C_x$ en fonction de l'incidence. Retrouver pour les 3 positions de l'aileron les incidences pour lesquelles les finesses sont maximales et leur valeur maximale.

4) Tracer la courbe donnant le couple en fonction de l'angle d'incidence.

Q.7) Montrer que l'on a accès à la distance algébrique $D = \overline{OC}$ orientée vers l'aval de l'aile grâce à la relation :

$$D = \frac{-\Gamma}{F_p \cos i + F_t \sin i} .$$

Tracer la courbe donnant D en fonction de l'angle d'incidence. Commenter.

5) Commenter tous ces résultats dans l'optique du vol d'un avion (position des ailerons, angle d'incidence, au décollage, à l'atterrissage, en vol de croisière…).

T.P 14 : ACTIONS AÉRODYNAMIQUES SUR UNE AILE D'AVION

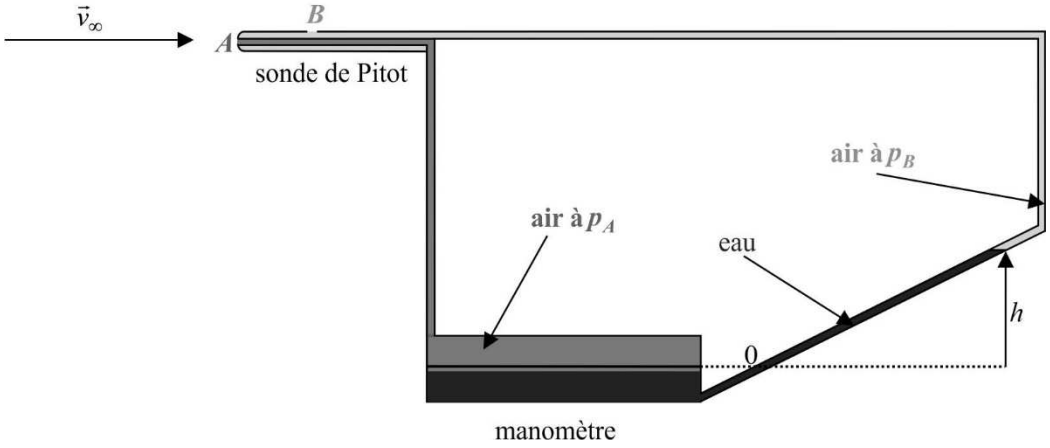
ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN CYLINDRE

TP 15

1. SONDE DE PITOT

1.1 Principe

On place une sonde de Pitot dans un écoulement d'air (de masse volumique ρ), parallèlement à l'écoulement.



Q.1) L'écoulement est supposé parfait, stationnaire et incompressible. Expliquer comment on peut mesurer la vitesse de l'écoulement en mesurant la pression p_A à l'entrée du tube (pression totale) et p_B en un point B à l'aval sur la paroi latérale du tube (pression statique).

Un manomètre différentiel est rempli d'eau de masse volumique ρ_{eau}. En l'absence d'écoulement, le niveau de l'eau dans le tube en verre (de faible section) est repéré par $h = 0$. En présence d'un écoulement, l'eau monte dans le tube d'une hauteur h qui se lit *directement* (en mm d'eau) sur la règle graduée placée contre le tube.

Montrer que la vitesse de l'écoulement est donnée par $v_\infty = \sqrt{\dfrac{2g\rho_{eau}h}{\rho}}$.

1.2 Mesures

1) La sonde est placée dans la veine d'essai. On peut la déplacer verticalement et horizontalement.

Régler la puissance de la soufflerie pour que $h = 70\,\text{mm}$ lorsque la sonde est au centre de la veine. En déduire v_∞.

2) Effectuer une dizaine de mesures de vitesse en rapprochant la sonde de la paroi verticale à partir du centre, puis en la rapprochant de la paroi horizontale toujours à partir du centre. Conclure. La sonde met-elle en évidence la présence d'une couche limite ?

3) Définir puis calculer la valeur du nombre de Reynolds pour l'écoulement autour du cylindre.

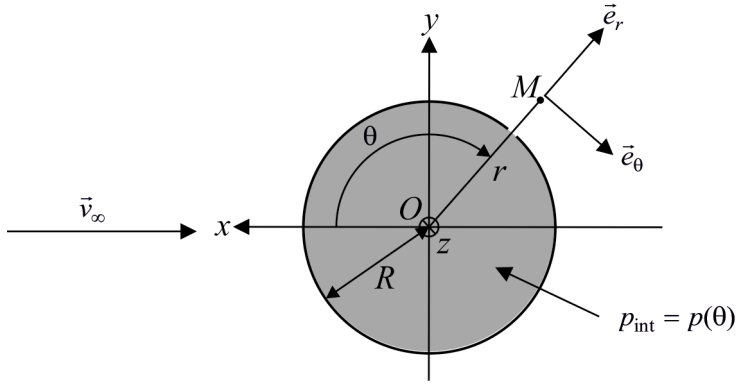
On donne $\eta_{air} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$. Commenter la valeur trouvée.

2. ÉTUDE DE LA RÉPARTITION DES PRESSIONS AUTOUR D'UN CYLINDRE

Document 1 : Cylindre dans un fluide parfait

On considère l'écoulement parfait incompressible et irrotationnel autour d'un cylindre d'axe Oz et de rayon R. On note $\vec{v}_\infty = -v_\infty \vec{e}_x$ la vitesse loin de l'écoulement. On donne le champ des vitesses en coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} v_r = -v_\infty \cos\theta \left[1 - \dfrac{R^2}{r^2}\right] \\ v_\theta = v_\infty \sin\theta \left[1 + \dfrac{R^2}{r^2}\right] \end{cases}$$



On donne en coordonnées cylindriques $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}[rA_\theta] - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right] \end{pmatrix}$ et $\text{div}\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[rA_r] + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

Q.2) Vérifier que le champ donné est bien solution du problème.
On néglige la pesanteur. Calculer le champ de pression dans l'écoulement autour du cylindre (pour $r = R$). On note p_∞ la pression loin du cylindre et ρ la masse volumique du fluide. Calculer $K_p(\theta) = \frac{p(\theta) - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho {v_\infty}^2}$, où $p(\theta)$ est la pression à la surface du cylindre. En déduire la traînée et la portance s'exerçant sur le cylindre.

Le cylindre étudié est percé d'un petit trou. En faisant tourner le cylindre autour de son axe, on peut orienter le petit trou et obtenir ainsi $p(\theta)$ puisque l'air à l'intérieur du cylindre est à la pression $p_{int} = p(\theta)$.

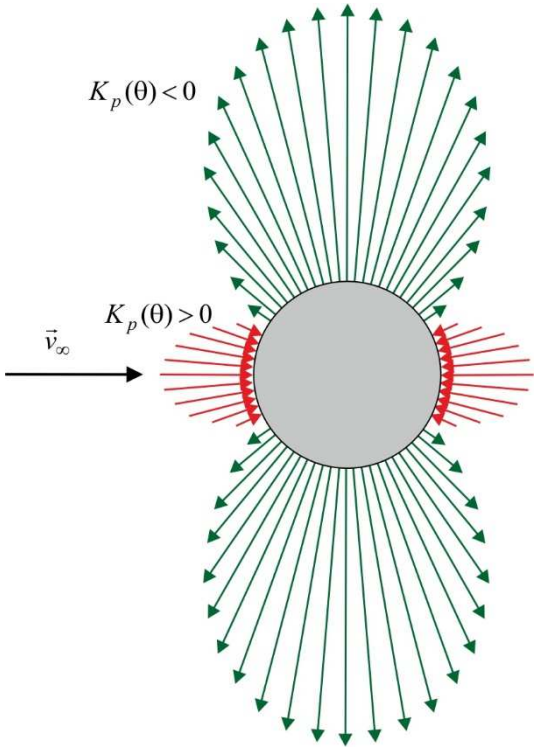
1) En effectuant les branchements nécessaires aux deux entrées du manomètre, effectuer les mesures de $p(\theta) - p_\infty$ pour θ variant de 0 à 180° avec un pas de 5°.

Le tube de Pitot perturbe la mesure s'il est à la hauteur du cylindre. Le décaler pour éviter cette perturbation.
Il faut d'autre part permuter les tuyaux lorsque le niveau de l'eau passe en dessous de la graduation $h = 0$ et en tenir compte pour le signe de $p(\theta) - p_\infty$.

2) Tracer à l'ordinateur, et sur le même graphe $K_p(\theta)$ pour l'écoulement réel et pour l'écoulement parfait.
Tracer manuellement le diagramme polaire $K_p(\theta)$: pour chaque angle θ, on représente à partir du cylindre un vecteur faisant l'angle θ avec *Ox*, de norme $|K_p(\theta)|$, orienté vers le cylindre si $K_p(\theta) > 0$ et vers l'extérieur si $K_p(\theta) < 0$. Comparer au cas du fluide parfait pour lequel ce diagramme est fourni ci-contre et commenter.

3) Pour le nombre de Reynolds trouvé précédemment, donner l'allure du champ de vitesse réel autour du cylindre. Comparer au cas de l'écoulement parfait.

4) Tracer à l'ordinateur la courbe $K_p \cos\theta$ en fonction de θ.



On note $\vec{F}_{press.}$ la force de pression s'exerçant sur le cylindre dont on donne les caractéristiques géométriques :

rayon $R = 15$ mm
longueur $H = 320$ mm

T.P 15 : ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN CYLINDRE

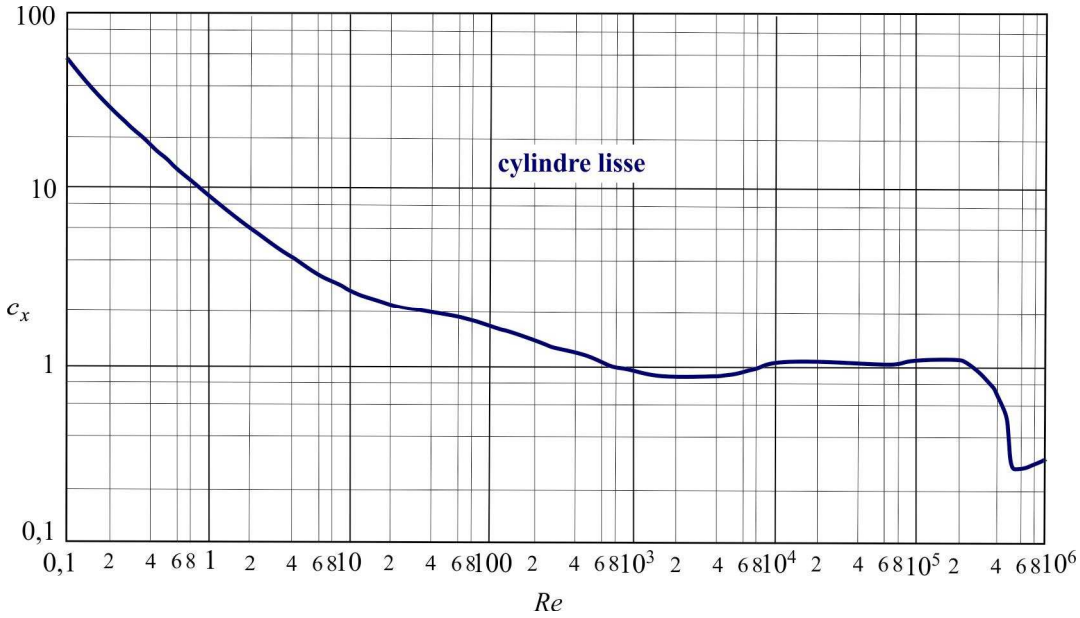
Q.3) On définit le coefficient de traînée de pression par :

$\vec{F}_{\text{press.}} = -\frac{1}{2}\rho \mathscr{S} C_{x\,\text{press.}} v_\infty{}^2 \vec{e}_x$, où $\mathscr{S} = 2R \cdot H$ est le maître-couple du cylindre. Montrer que $C_{x\,\text{press.}} = \int_{\theta=0}^{\pi} K_p(\theta)\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$.

5) Calculer avec la méthode des rectangles l'intégrale de la fonction $K_p \cos\theta$ (θ doit bien sûr être exprimé **en radians**). En déduire les valeurs expérimentales de $C_{x\,\text{press.}}$ et de $F_{\text{press.}}$.

Document 2 : Cylindre dans un fluide réel

La figure ci-dessous donne le $C_{x\,\text{total}}$ pour un cylindre lisse.



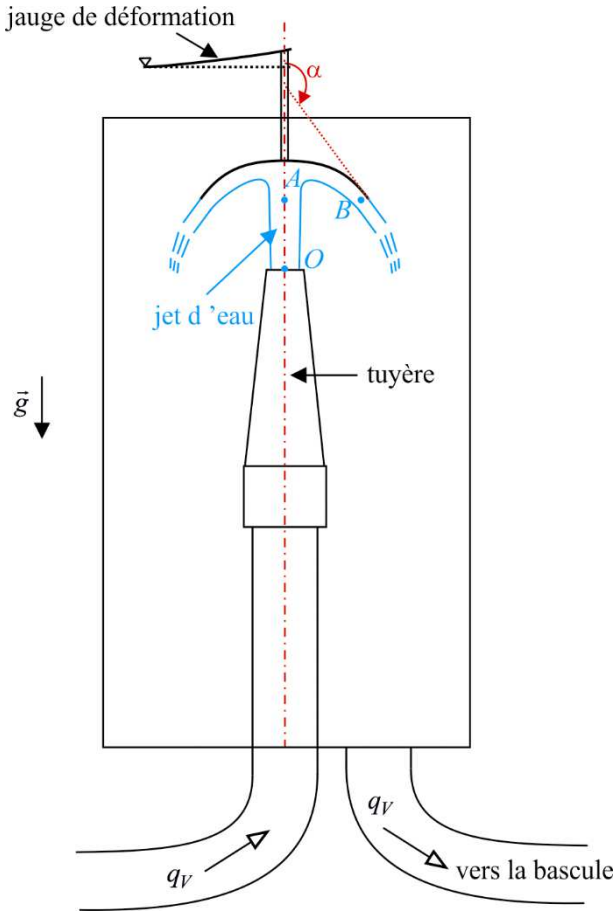
On observe, comme pour la sphère, une crise de traînée pour un nombre de Reynolds supérieur à une valeur critique (de l'ordre de 2 à $3 \cdot 10^5$) : l'écoulement qui était déjà turbulent dans le sillage le devient également dans la couche limite. Le décollement de l'écoulement se produit alors plus en aval (vers 120°) au lieu d'une valeur proche de 80°, et $C_{x\,\text{total}}$ qui valait de 1,15 à 1,20 chute jusqu'à 0,30.

6) Déterminer le $C_{x\,\text{total}}$ à l'aide de la figure ci-dessus. Définir et évaluer l'autre composante du $C_{x\,\text{total}}$. Commenter.

ACTION D'UN JET SUR UN OBSTACLE

TP 16

Un tuyau vertical alimenté par un banc hydraulique est terminé par une tuyère qui produit un jet d'eau (de masse volumique ρ). En régime stationnaire, ce jet se réfléchit sur un obstacle et exerce donc une force sur cet obstacle. Un capteur (jauge de déformation) permet de mesurer cette force. Le résultat est donné par un afficheur.
La tuyère et l'obstacle sont enfermés dans un cylindre transparent, dont la base possède un trou pour l'évacuation d'eau vers la bascule permettant la mesure du débit du banc hydraulique.
Le système possède un axe de symétrie de révolution vertical.



Le but de ce T.P est de comparer la force théorique qu'exerce le fluide sur le jet à sa valeur expérimentale, et ceci pour différents nombres de Reynolds.
Un obstacle est caractérisé par l'angle dont il dévie le jet. Dans le cas général, cet angle α est compris entre 0 et 180°, comme c'est le cas sur la figure ci-contre. Dans ce T.P, deux types d'obstacles seront utilisés :
— une plaque plane horizontale ($\alpha = 90°$).
— une demi-sphère creuse ($\alpha = 180°$).

On considère pour l'étude théorique que la norme de la vitesse du jet est uniforme en sortie de la tuyère ($v_0 = v_O$), au niveau de la section passant par A et au niveau de la sortie ($v_1 = v_B$). A et B sont à la même altitude. Le fluide est supposé parfait. On note q_V le débit volumique de l'écoulement.

Q.1) Montrer, par un bilan de quantité de mouvement sur un système à définir précisément, et en négligeant le poids du fluide, que la force *totale* de pression s'exerçant sur l'obstacle vaut :
$\vec{F} = \rho q_V v_1 (1 - \cos\alpha)\vec{e}_z$

On pourrait, en négligeant la pesanteur, prendre v_0 au lieu de v_1 dans l'expression de F. On testera cette approximation lors de l'exploitation des mesures.

En réalité, à cause du poids du fluide et de sa viscosité, la force réelle F' est inférieure à la force théorique : $C = \dfrac{F'}{F} < 1$.

On donne la section de sortie $\mathscr{S}$ de la tuyère ainsi que la distance $h = OA$ entre cette section et le point d'impact A sur l'obstacle dans le cas de la plaque plane : $\mathscr{S} = 7{,}13 \cdot 10^{-5}$ m^2 correspondant à un diamètre $D = 0{,}953$ cm et $h = 3{,}85$ cm

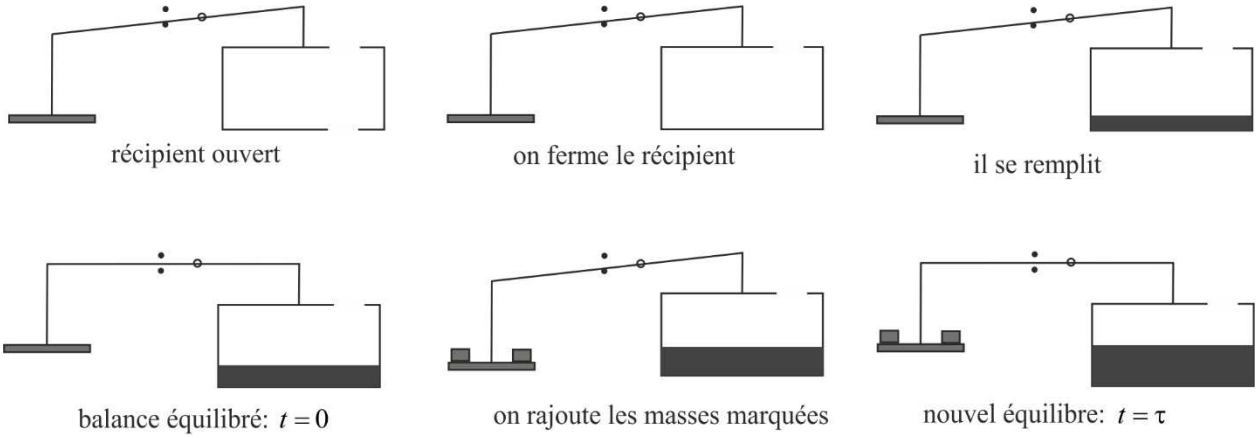
Q.2) Exprimer dans le cas de la plaque plane la vitesse v_1 en fonction de ρ, $\mathscr{S}$, q_V, g et h en indiquant les hypothèses faites pour aboutir à cette formule.
Faire de même pour l'obstacle hémisphérique dont le rayon est $R = 3{,}0$ cm

On constate qu'il ne reste plus qu'à mesurer le débit volumique q_V pour connaître la valeur numérique de la force théorique F pour un obstacle donné.

1. MESURES DE DÉBIT ET DE LA FORCE

1.1 Principe de la mesure du débit

En sortie du dispositif, l'eau s'écoule dans un récipient dont le fond est percé d'un trou : l'eau s'écoule du récipient vers le réservoir et la bascule penche du côté du contrepoids. On peut fermer le trou est actionnant un levier : le récipient se remplit d'eau. Au bout d'un moment, la bascule se met à pencher du côté du récipient. On déclenche à ce moment-là le chronomètre puis on ajoute (pas la peine de se presser) un certain nombre de masses cylindriques identiques sur le contrepoids : la bascule penche de nouveau du côté du contrepoids. Il faut que 5 L d'eau tombe dans le récipient pour équilibrer l'ajout d'une masse.



Q.3) Pour quels types de débit (petits ? grands ?) faut-il augmenter le nombre de masses sur le contrepoids si l'on veut une mesure précise de débit ? Exprimer l'incertitude $u(q_V)$ sur q_V due à l'incertitude $u(\tau)$ sur la durée τ mesurée au chronomètre.

En pratique on prendra 6 masses pour les forts débits, 5 masses pour les moyens et 4 masses pour les faibles débits pour restreindre les incertitudes sur les grandeurs liées au débit.

1.2 Principe de la mesure de la force exercée par le jet sur la plaque

Des jauges permettent de mesurer la force exercée par le jet sur la plaque (cf. document 2 du TP 14).

En l'absence d'écoulement ($q_V = 0$), l'afficheur devrait indiquer 0 (valeur affichée directement en newtons grâce à un conditionneur dont le gain a été convenablement réglé), puis 5,74 N en posant sur la tige liée à l'obstacle une masse de ce poids (en moyenne, car les indications varient selon le centrage de la masse).

1) Si ce n'est pas le cas, afficher 0 à l'aide du bouton de réglage sur la façade avant du conditionneur.

2) Un phénomène d'hystérésis se produit : après action du jet, l'afficheur n'indique plus 0 lorsque l'on ferme la vanne réglant le débit : **pour des mesures justes, repasser par $q_V = 0$ et régler de nouveau le 0 lorsque l'on veut changer de débit.**

3) L'action du jet turbulent se traduit par une force qui varie à débit fixé. Observer les variations de la valeur affichée, prendre sa valeur moyenne et noter l'écart-type.

On veillera à effectuer les mesures de la force en régime stationnaire, donc lorsque le récipient de la balance est ouvert. Une fois cette mesure faite, on peut alors mesurer le débit correspondant.

1.3 Mesures

1) Pour chaque obstacle, effectuer la mesure de la force F'. Commencer par la force F'_{max} obtenue pour de grands débits puis recommencer pour une dizaine de débits tels que l'on ait approximativement $F'_{max}/10$, $2F'_{max}/10$, $3F'_{max}/10$,….

2) Remplir un tableau des valeurs de F' en fonction du débit. Évaluer pour chaque mesure $u(F')$ et $u(q_V)$.

Obstacle 1 : plaque plane

q_V ($m^3 \cdot s^{-1}$)										
F' (N)										

Obstacle 2 : hémisphère

q_V ($m^3 \cdot s^{-1}$)										
F' (N)										

2. EXPLOITATION

1) Définir le nombre de Reynolds *Re* en sortie de la tuyère.
On donne la viscosité cinématique de l'eau $\nu = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$.

2) On étudie d'abord l'obstacle plan.
Utiliser le programme Python fourni pour tracer les courbes :
— $F_0 = \rho q_V v_0$ et F' en fonction de $X = \rho q_V v_0$ (la première courbe est donc la première bissectrice…)
— $F = \rho q_V v_1$ et F' en fonction de $X_1 = \rho q_V v_1$: on tient compte maintenant de la correction
— $|Z| = \dfrac{|F' - X|}{u(F')}$ en fonction de *Re*.

On néglige l'incertitude sur q_V et on suppose que celle sur F' est constante, égale à sa valeur maximale.
Effectuer un ajustement linéaire à l'aide du programme fourni. En déduire la pente *a* de la droite de régression et son incertitude-type *u*(*a*).
Évaluer l'incertitude maximale sur *X*. À-t-on $u(F') << a \cdot u(X)$? Commenter.
Discuter en fonction des courbes tracées de l'accord théorie-expérience et de la validité des hypothèses de départ.

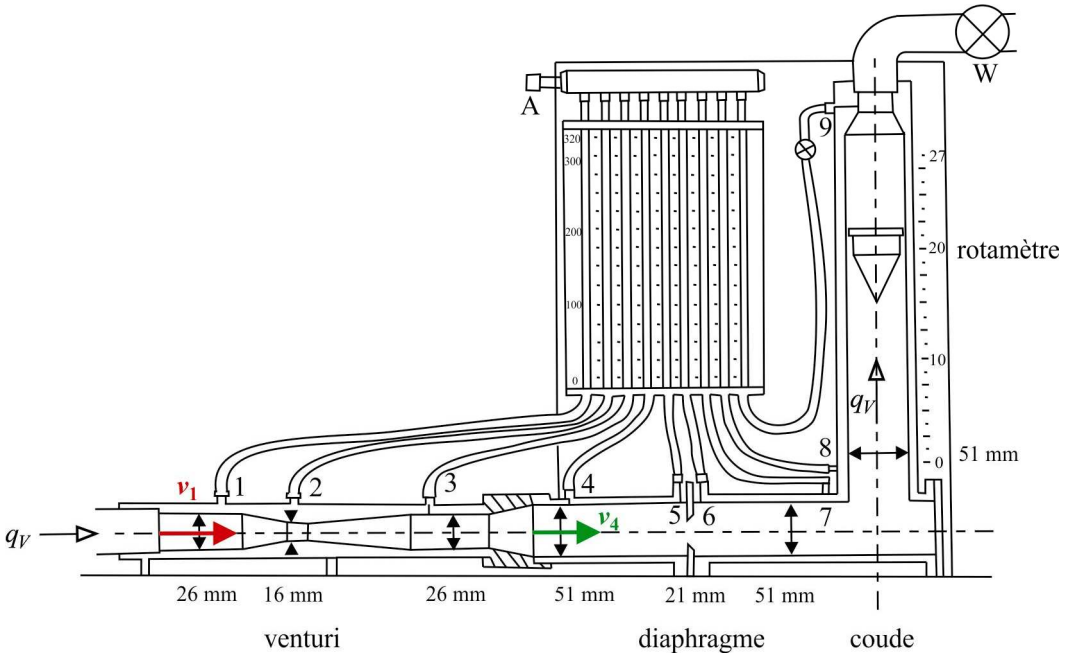
3) Recommencer pour l'obstacle hémisphérique.
Utiliser le programme Python fourni pour tracer les courbes :
— $F_0 = 2\rho q_V v_0$ et F' en fonction de $X = \rho q_V v_0$
— $F = 2\rho q_V v_1$ et F' en fonction de $X_1 = \rho q_V v_1$: on tient compte maintenant de la correction
— $|Z| = \dfrac{|F' - 2X|}{u(F')}$ en fonction de *Re*.

On néglige l'incertitude sur q_V et on suppose que celle sur F' est constante, égale à sa valeur maximale.
Effectuer un ajustement linéaire à l'aide du programme fourni. En déduire la pente *a* de la droite de régression et son incertitude-type *u*(*a*).
Discuter en fonction des courbes tracées de l'accord théorie-expérience et de la validité des hypothèses de départ.

4) Pour discuter de la validité de l'approximation consistant à négliger le poids du fluide, on peut aussi utiliser le nombre de Froude $Fr = \dfrac{v_0}{\sqrt{gL}}$ où *L* est une longueur caractéristique du système. Donner la valeur maximale de *Fr* dans les expériences réalisées.
Commenter cette approximation dans le cadre de l'expérience réalisée.

MESURE DE DÉBITS

TP 17



Le but de ce T.P est de comparer plusieurs méthodes de mesure d'un débit de fluide en régime stationnaire : Venturi, diaphragme, coude, rotamètre, en termes de linéarité, sensibilité, facilité de réalisation, influence sur le réseau (perte de charge). Pour disposer d'une mesure de référence, le banc utilisé dispose d'une mesure précise du débit grâce une bascule.

Document 1 : Effet Venturi

Le débitmètre à effet venturi est un tube comportant un convergent conique prolongé par un col cylindrique, suivi d'un divergent conique. La section passe de sa valeur maximale $\mathscr{S}_1$ à la valeur $\mathscr{S}_2$ au niveau du col. On a accès grâce à un manomètre à la différence de pression $p_1 - p_2$ via la différence de hauteur $h_1 - h_2$ dans les tubes 1 et 2 du manomètre.

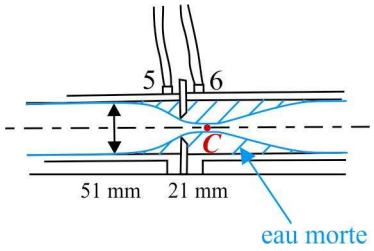
Q.1) Montrer dans l'hypothèse d'un écoulement unidirectionnel parfait incompressible et stationnaire que le débit volumique est donné par $\boldsymbol{q_V = \mathscr{S}_2 \sqrt{\dfrac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \left(\dfrac{\mathscr{S}_2}{\mathscr{S}_1}\right)^2}} = A_{\text{Venturi}} \sqrt{h_1 - h_2}}$ **(1).**

Calculer le coefficient A_{Venturi} dans le système international d'unités.

En réalité, les pertes de charge sont faibles pour un tube bien conçu, mais non nulles.

Document 2 : Débitmètre à diaphragme

Le débitmètre à diaphragme est similaire à celui de Venturi sauf que la veine de fluide converge rapidement puis diverge beaucoup plus lentement pour reprendre sa section initiale. Les pertes de charge (appelées pertes de charge singulières) sont plus importantes, la répartition des vitesses moins uniforme dans une section, et enfin la section minimale de la veine fluide (section $\mathscr{S}_C$ au niveau du point C) n'est pas égale à la section $\mathscr{S}_d$ du diaphragme car la veine se contracte encore après passage par le diaphragme.



Dans la pratique, les mesures de pression se font juste avant (prise 5) et juste après le diaphragme (prise 6).

Comme pour le débitmètre à effet Venturi, on peut écrire en appliquant Bernoulli entre la section $\mathscr{S}_4$ et la section $\mathscr{S}_C$, et en prenant $p_4 \simeq p_5$ et $p_C \simeq p_6$: $q_V = \mathscr{S}_C \sqrt{\dfrac{2g(h_5 - h_6)}{1 - \left(\dfrac{\mathscr{S}_C}{\mathscr{S}_4}\right)^2}}$ ou $q_V = \mathscr{S}_4 \sqrt{\dfrac{2g(h_5 - h_6)}{\left(\dfrac{\mathscr{S}_4}{\mathscr{S}_C}\right)^2 - 1}}$.

La valeur du coefficient de contraction $C_c = \frac{\mathscr{S}_C}{\mathscr{S}_d}$ se lit dans les tables : elle dépend principalement du rapport r / R des rayons du diaphragme et de la conduite :

r / R	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
C_c	0,61	0,62	0,62	0,63	0,64	0,66	0,69	0,72	0,78

On en déduit $q_V = \mathscr{S}_4 \sqrt{\frac{2g(h_5 - h_6)}{\left(\frac{\mathscr{S}_4}{C_c \mathscr{S}_d}\right)^2 - 1}} = A_{\text{diaphragme}} \sqrt{h_5 - h_6}$ **(2)**.

Q.2) Calculer le coefficient $A_{\text{diaphragme}}$ dans le système international d'unités.

Document 3 : Coude

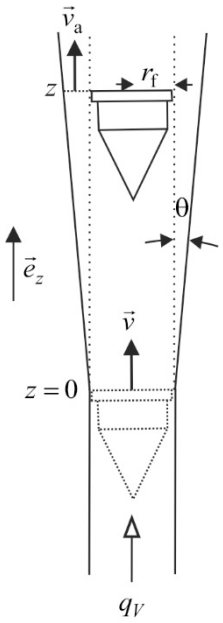
La perte de charge due au coude est expérimentalement liée au débit par une relation de la forme $h_7 - h_8 = \alpha v^2$ donc on a : $q_V = A_c \sqrt{h_7 - h_8}$ **(3)** qui permet de déterminer le débit après étalonnage.

Document 4 : Rotamètre

Le rotamètre est constitué par un flotteur conique qui se déplace dans un tube transparent de section lentement variable. Le flotteur est souvent muni de rainures obliques grâce auxquelles le fluide passant dans l'espace annulaire (entre le rotamètre et le tube) imprime un mouvement de rotation autour de l'axe vertical au flotteur, ce qui améliore sa stabilité.

Le flotteur de rayon maximal r_f est soumis à son poids et aux actions du fluide : traînée qui prend expérimentalement la forme $\vec{F}_t = \frac{1}{2}\rho \mathscr{S} C_x v_a^2 \vec{e}_z$ avec C_x sensiblement constant dans la gamme de débit utilisée, $\mathscr{S} = \pi r_f^2$ est le maître-couple et $\vec{v}_a$ est définie comme la vitesse au niveau de l'espace annulaire. À débit nul, le flotteur est censé se trouver en $z = 0$. Lorsque le fluide est en mouvement, la traînée pousse le flotteur vers le haut jusqu'à ce que la vitesse v_a prenne la valeur $v_{a\,éq}$ permettant au flotteur de rester en équilibre : $\frac{1}{2}\rho \mathscr{S} C_x v_{a\,éq}^2 = mg$. Si le débit augmente encore, v_a augmente et le flotteur se déplace vers le haut jusqu'à ce que l'espace annulaire augmente et que v_a reprenne la valeur $v_{a\,éq}$.

Finalement, le débit volumique vaut $q_V = v_{a\,éq} \cdot \mathscr{S}_a$ proportionnel à l'aire $\mathscr{S}_a$ de l'espace annulaire.



Q.3) L'angle θ étant petit, approximer l'aire de l'espace annulaire. En déduire $q_V = A_r \cdot z$ **(4).**

1. MESURES DE DÉBIT

1.1 Principe de la mesure du débit avec la bascule

cf. partie 1.1 du T.P 16. On note $q_{V\,réf}$ la valeur obtenue par cette méthode. On déterminera l'incertitude sur $q_{V\,réf}$.

En pratique on prendra 6 masses pour les forts débits, 5 masses pour les moyens et 4 masses pour les faibles débits pour restreindre les incertitudes sur les grandeurs liées au débit (que l'on négligera par la suite).

1.2 Mesures

Effectuer une dizaine de relevés des hauteurs h_i, $i \in [\![1,9]\!]$ pour des débits régulièrement espacés (on utilisera et on notera les indications du rotamètre).

On veillera à effectuer les mesures des hauteurs en régime stationnaire, donc lorsque le récipient de la balance est ouvert. Une fois ces mesures faites, on peut alors mesurer le débit correspondant avec la bascule.

On exprimera les hauteurs h_i et le débit $q_{V\,réf}$ dans le système international d'unités.

Afin d'obtenir la meilleure sensibilité, il faut faire en sorte que l'on puisse avoir un écart maximal entre le niveau le plus haut et celui le plus bas. La réserve d'air doit être bien réglée pour obtenir une hauteur d'eau de 230 mm environ.

Pour ce faire, procéder de la façon suivante :

1) La vanne étant fermée, éteindre la pompe. Rouvrir la vanne pour chasser l'eau jusqu'à ce qu'elle descende dans la partie basse du rotamètre. Appuyer délicatement sur la valve A (ne pas tourner le bouchon rouge) pour faire rentrer de l'air : les niveaux dans les tubes piézométriques s'équilibrent.

2) Fermer la vanne et rallumer la pompe. Ouvrir la vanne et augmenter progressivement le débit pour remplir l'installation en eau. Appuyer délicatement sur la valve A pour faire remonter à 230 mm le niveau d'eau dans les tuyaux.
Si ce n'est pas le cas, la différence est due à la présence de bulles d'air dans certains des tubes qu'il faut soigneusement et délicatement éliminer en pinçant les tubes piézométriques (attention à ne pas trop solliciter les points de soudure des tuyaux à la conduite principale).

2. EXPLOITATION

2.1 Validité de la théorie, justesse, précision, linéarité

1) Tracer les courbes suivantes : $\sqrt{h_1 - h_2}$ (Venturi), puis $\sqrt{h_5 - h_6}$ (diaphragme), et enfin $\sqrt{h_7 - h_8}$ (coude), en fonction de $q_{V\,\text{réf}}$. Les hauteurs h_i sont exprimées en m et $q_{V\,\text{réf}}$ en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.
Effectuer un ajustement *linéaire* (et pas affine) à l'aide du programme Python fourni.
Commenter la linéarité des relations obtenues. On la jugera à l'aide des écarts-types normalisés.
Discuter en fonction des courbes tracées de l'accord théorie-expérience (pour le Venturi et le diaphragme : formules (1) et (2)) et de la validité des hypothèses effectuées.

2) Tracer la courbe donnant z, hauteur du flotteur dans le rotamètre, en fonction de $q_{V\,\text{réf}}$. La hauteur z est exprimée en m.
Effectuer un ajustement *affine* (expliquer pourquoi) à l'aide du programme Python fourni.
Commenter la linéarité de la relation obtenue. On la jugera à l'aide des écarts-types normalisés.

2.2 Pertes de charge

On note v_1 est la vitesse du fluide à l'entrée du débitmètre à effet Venturi (v_1 est calculée par $v_1 = \frac{q_{V\,\text{réf}}}{\mathscr{S}_1}$ où $\mathscr{S}_1$ est la section en entrée du débitmètre à effet Venturi). Définir Re_{Venturi} le nombre de Reynolds en amont du tube de Venturi. On donne la viscosité cinématique de l'eau $\nu = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Chaque débitmètre induit une perte de charge : on ne retrouve pas la même hauteur dans les tubes piézométriques après qu'avant le débitmètre, et on peut caractériser la perte de charge par une différence de hauteur Δh.
On définit pour le Venturi le coefficient de pertes de charge par $K_{\text{Venturi}} = \frac{2g(h_1 - h_3)}{v_1^2} = \frac{\rho g(h_1 - h_3)}{\frac{1}{2}\rho v_1^2}$.

Q.4) Quelle est la dimension de K_{Venturi} ? Quelle est sa signification physique ? Est-il nécessairement inférieur à 1 ?

1) Tracer les courbes :
— $K_{\text{Venturi}} = 2g(h_1 - h_3)/v_1^2$ en fonction de Re_{Venturi}
— $K_{\text{diaphragme}} = 2g(h_4 - h_7)/v_4^2$ en fonction de $Re_{\text{diaphragme}} = Re$ que l'on définira.
— $K_{\text{coude}} = 2g(h_7 - h_8)/v_4^2$ en fonction de Re
On notera qu'à partir du diaphragme, les sections d'entrée des différents débitmètres sont identiques et que la vitesse débitante à considérer pour les calculs des coefficients de perte de charge et du nombre de Reynolds est $v_4 = \frac{q_{V\,\text{réf}}}{\mathscr{S}_4}$.

2) Tracer sur le même diagramme les courbes :
$K_{\text{flotteur}} = 2g(h_8 - h_9)/v_4^2$ et $K_{\text{rotamètre}} = 2g(h_7 - h_9)/v_4^2$ en fonction de Re (le rotamètre nécessitant un coude, la perte de charge qu'il introduit est proportionnelle à $h_7 - h_9$).
Commenter les valeurs prises par le nombre de Reynolds.

Q.5) Montrer que la perte de charge K_{flotteur} due à la partie verticale du rotamètre (contenant le flotteur) est bien proportionnelle à $h_8 - h_9$.

3) Commenter toutes ces courbes en termes d'influence d'un débitmètre donné sur le réseau. Commenter l'influence du nombre de Reynolds.

2.3 Conclusion

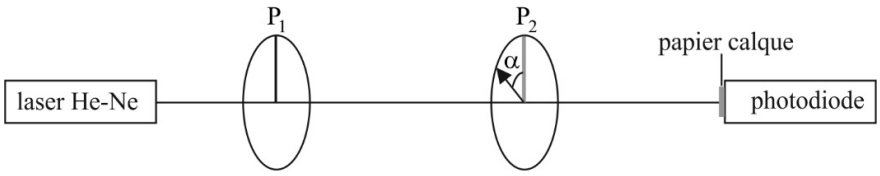
Donner en fonction des critères précédents les avantages et inconvénients des trois débitmètres proposés (Venturi, diaphragme, coude + rotamètre).

POLARISATION DE LA LUMIÈRE / LOI DE MALUS

TP 18

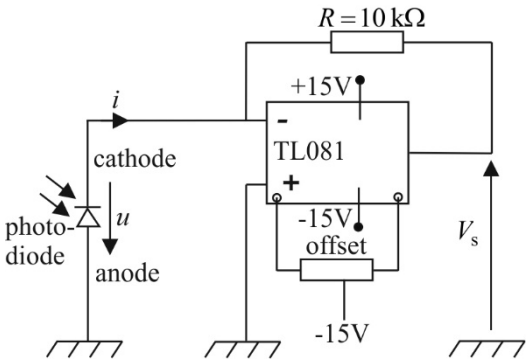
On dispose d'un laser hélium-néon non polarisé émettant une radiation rouge. Pour produire une vibration polarisée rectilignement, on intercale un polariseur P_1 et pour l'analyser, un second polariseur P_2 dont la direction de polarisation fait un angle α avec celle de P_1.

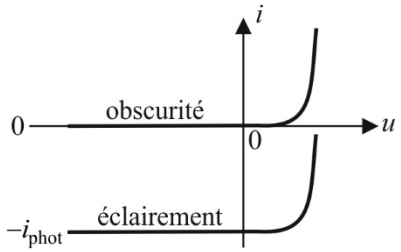
Il ne faut JAMAIS que le faisceau laser pénètre dans l'œil. Avec une source laser, les observations se font sur un écran, ou comme ici, en lisant les valeurs fournies par un capteur, mais JAMAIS en regardant dans l'axe du banc optique.



Le papier calque permet d'éviter que le signal délivré par la photodiode ne sature si le laser He-Ne est trop puissant.

Pour mesurer l'intensité lumineuse transmise, on dispose d'une photodiode BPW 94 insérée dans un montage convertisseur courant → tension dont le schéma est donné ci-dessous.





La caractéristique de cette photodiode est représentée ci-dessus.
Lorsque la diode est dans l'obscurité, aucun courant ne la traverse si elle est soumise à une tension négative.
Lorsque la diode est éclairée, un photocourant $-i_{phot} < 0$ proportionnel à l'intensité lumineuse $I > 0$ reçue la traverse si elle est soumise à une tension négative. i_{phot} est au maximal de l'ordre de quelques dixièmes de mA.

Q.1) Commenter en termes d'énergie la présence d'une portion de courbe dans le quatrième quadrant ($u > 0$, $i < 0$).

Q.2) Montrer que le montage permet bien d'obtenir une tension de la forme $V_s = KI + E$.
La tension E est réglable grâce à un réglage d'offset.

Q.3) Quelle tension devrait-on obtenir quand le polariseur et l'analyseur sont croisés($\alpha = 90°$). Quel est l'intérêt du réglage d'offset ?

1) Allumer le laser. Croiser le polariseur P_2 avec le polariseur P_1. Allumer l'alimentation $(+15\,V, 0, -15\,V)$ du montage convertisseur courant → tension. La tension $U = V_s$ est lue au voltmètre numérique.
Vérifier que la tension U est bien minimale pour $\alpha = 90°$. Si ce n'est pas le cas, quelle variable α' doit-on utiliser dans le but d'étudier la loi de Malus ? Imposer $V_s(\alpha = 90°) = 0$ à l'aide du potentiomètre de réglage de la tension d'offset de l'amplificateur.

2) Remplir le tableau suivant puis rentrer pour chaque angle les éléments du tableau numpy `Vs` (ligne 5 du programme python fourni) sous la forme `[Umin,Umax]` :

α (°)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	**90**
U_{min} (V)										**0**
U_{max} (V)										**0**

Les incertitudes sur U sont principalement dues aux fluctuations de puissance du laser. On les détermine en évaluant $\forall\alpha$ les valeurs minimale et maximale de U sur quelques secondes d'observation. On note $U_0 = \left[U_{min}(\alpha=0)+U_{max}(\alpha=0)\right]/2$ l'évaluation de la valeur maximale de U quand α varie et $u(U_0)$ l'incertitude-type sur cette valeur.

On a également une incertitude sur les angles (il n'y a des graduations que tous les deux degrés) : α est connu à $\pm 2°$.

3) On cherche à tester la compatibilité entre $U_{th}(\alpha) = U_0 \cos^2\alpha$ et $U_{exp}(\alpha) = \left[U_{min}(\alpha)+U_{max}(\alpha)\right]/2$ afin de tester si la loi de Malus est bien vérifiée. On s'aidera d'une simulation de Monte-Carlo pour obtenir $u(U)(\alpha)$, et on calculera pour $\alpha = 0°,10°,...,80°$ le Z-score obtenu en tenant compte de $u(U_{th})(\alpha)$ et $u(U_{exp})(\alpha)$. Conclure.

Q.4) Compléter les lignes 27, 38, 39 et 40 et commenter les lignes 33, 34, 35 et 36 du programme Python fourni.

Matériel :

Laser He-Ne sur banc optique
Ensemble {Photodiode, convertisseur courant-tension}
Voltmètre
Deux polariseurs

EFFET DOPPLER / DÉTECTION HÉTÉRODYNE

TP 19

1. PRÉSENTATION

Document 1 : L'effet Doppler-Fizeau et applications

Cet effet se manifeste en physique ondulatoire lorsque l'émetteur *E* et le récepteur *R* sont en mouvement relatif : l'onde émise à une fréquence $f_e = f_0$ dans le référentiel de l'émetteur possède une fréquence différente dans le référentiel du récepteur.

Si l'émetteur et le récepteur sont confondus, l'onde réfléchie par un objet *O* en mouvement subit deux changements de fréquence : $f_{objet} \neq f_e$ et $f_r \neq f_{objet}$. La variation de fréquence entre la réception et l'émission vaut $\frac{\Delta f}{f_e} = \frac{f_r}{f_e} - 1 = 2\frac{v}{c}\cos\theta$ où v est la vitesse relative (en norme) de l'objet par rapport à l'émetteur / récepteur, c la célérité de l'onde, et θ l'angle $(\vec{v}, \overrightarrow{OR})$: la fréquence augmente si l'objet se dirige vers le récepteur : $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et diminue s'il s'en éloigne : $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

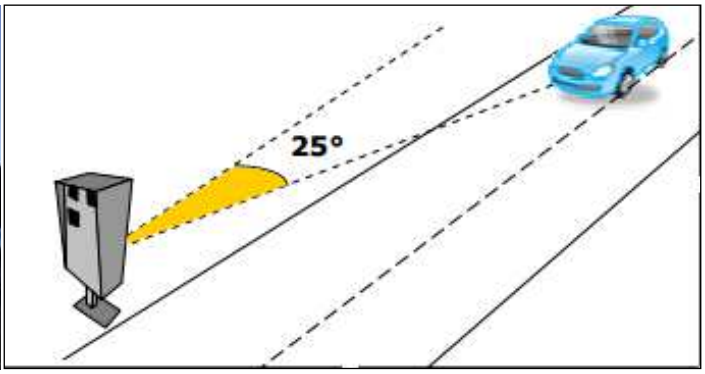
Quelques exemples et applications de l'effet Doppler :

Ondes électromagnétiques

Radars routiers.

Pour que les mesures réalisées par les radars (fixes ou mobiles) soient exactes, ceux-ci doivent être réglés à 25° par rapport à l'axe du déplacement.



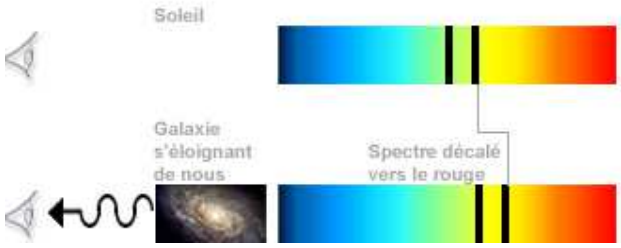


Q.1) Un véhicule engendre un décalage Doppler $\Delta f = 5600\,\text{Hz}$ pour un radar fixe émettant à une fréquence $f_e = 34{,}3\,\text{GHz}$, positionné dans une zone où la vitesse est limitée à 90 km/h. Ce véhicule est-il en infraction ?

Décalage vers le rouge (*redshift*) du spectre du rayonnement électromagnétique émis par les galaxies éloignées

En 1929, le physicien Edwin Hubble a relevé le spectre de la lumière issue d'autres galaxies dont la distance *d* à la Terre était connue. Il a reconnu la signature spectrale d'éléments chimiques connus, mais décalée vers le rouge. En mesurant ce décalage, il en a déduit la vitesse radiale v_{rad} d'éloignement de ces galaxies.

La théorie exacte fait appel à la relativité générale d'Einstein et les mesures confirment l'expansion de l'univers (loi de Hubble : $v_{rad} = H \cdot d$, avec *H* constante de Hubble).

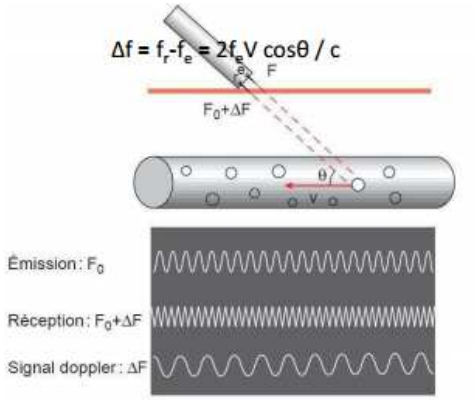


Ondes sonores

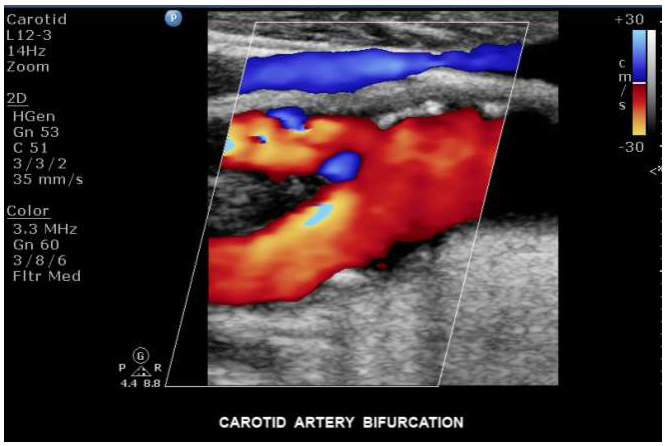
L'échographie Doppler

Elle permet par exemple de mesurer la vitesse d'écoulement du sang dans un vaisseau.

L'onde ultrasonore est émise à une fréquence *f*. Elle est diffusée par le sans qui s'écoule dans un vaisseau et une partie de l'onde revient dans l'émetteur / récepteur avec une fréquence différente de celle de l'onde émise.



Sur l'échographie d'une carotide ci-dessous, les zones bleues correspondent à un écoulement vers l'observateur, les zones rouges à un écoulement dans le sens opposé. On peut ainsi repérer des anomalies dues à la présence de sténoses (plaques qui bouchent les vaisseaux, augmentent localement la vitesse moyenne de l'écoulement, et provoquent des turbulences avec des inversions du champ des vitesses).



Le but de ce T.P est de mesurer la vitesse d'une plaque grâce à l'effet Doppler, et de comparer le résultat obtenu avec une mesure directe $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

On dispose pour cela d'un banc sur lequel on peut déplacer une plaque perpendiculaire à la direction du banc.

On utilise des ondes ultrasonores générées par un émetteur piézoélectrique soumis à une tension sinusoïdale de 40 kHz. Un récepteur piézoélectrique est placé côte à côte avec l'émetteur sur le même boîtier.

2. MESURE DE LA CÉLÉRITÉ DES ONDES SONORES DANS L'AIR

Document 2 : célérité du son au voisinage de 0°C

Sa valeur théorique est $c = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$. Par exemple à 20°C on a : $\sqrt{\dfrac{\gamma RT_0}{M}} = \sqrt{\dfrac{1{,}40 \times 8{,}314 \times 293}{29{,}0 \cdot 10^{-3}}} = 342{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Penser à corriger cette valeur en tenant compte de la température réelle mesurée avec le thermomètre fourni.

1) Visualiser à l'oscilloscope le signal du récepteur lorsque la plaque est placée à proximité du boîtier. Faire varier la fréquence du G.B.F : déterminer *rapidement* la fréquence de résonance et la bande passante de l'ensemble {émetteur, récepteur}, assimilé à un passe-bande du second ordre. Commenter.

Revenir à $f_0 = 40{,}0\ \text{kHz}$.

2) Observer les variations de l'amplitude du signal quand on déplace la plaque. L'onde est-elle purement stationnaire ? Proposer une explication.

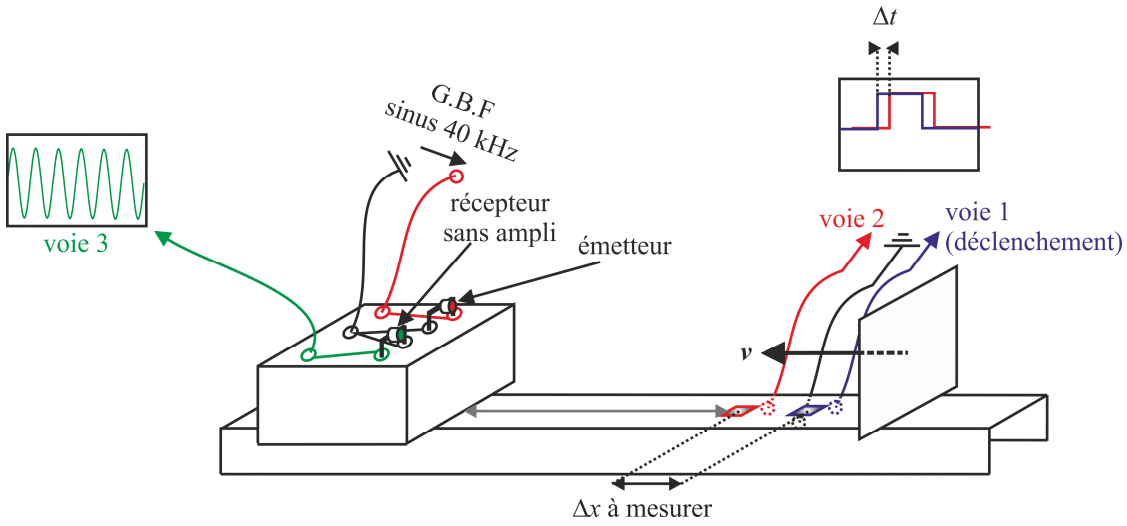
3) Proposer et mettre en œuvre un protocole pour déterminer précisément la vitesse du son dans la salle.

Mesure : $c =$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $u(c) =$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à la température $T =$ K mesurée avec le thermomètre électronique fourni.

4) Comparer, à l'aide d'un Z-score, la valeur de c à la valeur calculée à l'aide du document 2.

3. UTILISATION DES CAPTEURS OPTIQUES

On cherche à mesurer la vitesse de la plaque lors de son passage entre les deux capteurs optiques distants de Δx, à l'aide du boîtier Sysam et du logiciel LatisPro.



1) Mesurer $\Delta x =$ m (cette distance, proche de 5 cm, peut varier légèrement d'un banc à l'autre).

Les capteurs optiques sont alimentés en 5 V par la carte sysam ; mettre en marche l'alimentation et **penser à l'éteindre en fin de TP**.

On déclenchera sur le premier capteur (voie1 : EA0) et on visualisera les tensions émises par les deux capteurs (la tension passe de 0V lorsque le capteur est éclairé à une valeur maximale de plusieurs V lorsqu'il est obturé).
Le signal émis par le deuxième capteur (voie 2 : EA1) présente un retard Δt sur celui émis par le premier.

2) Régler le mieux possible la durée d'acquisition et le seuil de déclenchement. Faire plusieurs essais. On en déduit v qui doit être de 3 à 4 mètres par seconde, et être quasi-constant (même retard entre les deux signaux à la montée et à la descente). Pour cela, choisir judicieusement la distance entre le boîtier et les capteurs optiques.

4. UTILISATION DE L'EFFET DOPPLER

1) Acquérir **en même temps** que les deux signaux émis par les capteurs optiques le signal aux bornes du récepteur (voie 3 : EA2).
Commenter sa forme. Déterminer le plus précisément possible sa fréquence : $f =$ Hz ; $u(f) =$ Hz .
Commenter la précision obtenue sur l'écart Δf de fréquences entre le signal émis et celui reçu (donner l'ordre de grandeur de Δf pour une vitesse $v = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Q.2) Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant d'acquérir en voie 3 un signal de fréquence Δf . Des filtres de tous types, des soustracteurs, multiplieurs, etc. seront disponibles sur demande.

2) Mettre en place le protocole retenu lors de la préparation du T.P.

On exploitera au mieux les possibilités du logiciel LatisPro (nombre de points de mesure, analyse de Fourier d'une partie du signa) pour obtenir la valeur la plus précise de la vitesse de la plaque lors de l'acquisition. Comparer les deux valeurs obtenues pour la vitesse (celle avec les capteurs optiques, celle avec l'effet Doppler) lors, bien sûr, **de la même acquisition** :

$v_{\text{capteurs}} =$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $u(v_{\text{capteurs}}) =$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$v_{\text{Doppler}} =$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $u(v_{\text{Doppler}}) =$ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Matériel :

Banc doppler avec capteurs optique.
Ensemble {émetteur, récepteur d'ondes ultrasonores}.
Filtres, déphaseur, multiplieur, soustracteur… à demander au professeur.

PROPAGATION D'ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES LE LONG D'UN CÂBLE COAXIAL

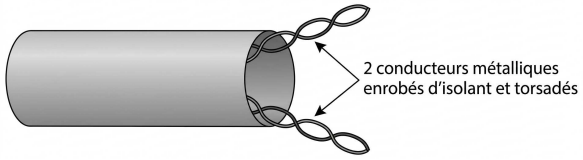
TP 20

Document 1 : Les supports de transmission de l'information (extrait de DROMARD Danièle, SERET Dominique, *Architecture des réseaux*, Pearson France, 2010)

Les supports de transmission sont nombreux. Parmi ceux-ci on distingue : les supports métalliques, non métalliques et immatériels. Les supports métalliques, comme les paires torsadées et les câbles coaxiaux, sont les plus anciens et les plus largement utilisés ; ils transportent des courants électriques. Les supports de verre ou de plastique, comme les fibres optiques, transmettent la lumière, tandis que les ondes se propagent dans l'air ou le vide pour les *communications sans fil*.

1. Paires torsadées

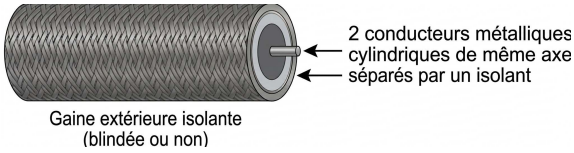
Une *paire torsadée non blindée* se compose de deux conducteurs en cuivre, isolés l'un de l'autre et enroulés de façon hélicoïdale autour de l'axe de symétrie longitudinal.



L'enroulement réduit les conséquences des inductions électromagnétiques dues à l'environnement. L'utilisation courante de la paire torsadée est le raccordement des usagers au central téléphonique ou la desserte des usagers de réseaux privés. Son principal inconvénient est l'affaiblissement des courants, d'autant plus important que le diamètre des conducteurs est faible. C'est pour compenser cela que l'on place, à intervalles réguliers, des répéteurs qui régénèrent les signaux. La paire torsadée suffit pour les réseaux locaux d'entreprise où les distances se limitent à quelques kilomètres. Ses avantages sont nombreux : technique maîtrisée, facilité de connexion et d'ajout de nouveaux équipements, faible coût.

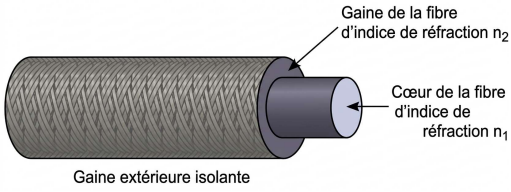
2. Câbles coaxiaux

Pour éviter les perturbations dues aux bruits externes, on utilise deux conducteurs métalliques cylindriques séparés par un isolant. Ce câble présente de meilleures performances que la paire torsadée : affaiblissement moindre, transmission de signaux de fréquences plus élevées, etc. La capacité de transmission d'un câble coaxial dépend de sa longueur et des caractéristiques physiques des conducteurs et de l'isolant. Sur 1 km, un débit de plusieurs centaines de Mbits/s peut être atteint. Sur des distances supérieures à 10 km, l'atténuation des signaux réduit considérablement les débits possibles. C'est la raison pour laquelle on utilise désormais les fibres optiques sur les liaisons grandes distances.



3. Fibre optique

La fibre optique est constituée d'un fil de verre très fin. Elle comprend un cœur, dans lequel se propage la lumière émise par une diode électroluminescente ou une source laser, et une gaine optique dont l'indice de réfraction garantit que le signal lumineux reste dans la fibre. Les avantages de la fibre optique sont nombreux : diamètre extérieur de l'ordre de 0,1 mm, poids de quelques grammes au kilomètre. Cette réduction de taille et de poids la rend facile à utiliser. En outre, sa très grande capacité permet la transmission simultanée de nombreux canaux de télévision, téléphone… Les points de régénération des signaux sont plus éloignés (jusqu'à 200 km), du fait de l'atténuation moindre de la lumière. Enfin, l'insensibilité des fibres aux parasites électromagnétiques est un avantage très apprécié, puisqu'une fibre supporte sans difficulté la proximité d'émetteurs radioélectriques. Par ailleurs, elle résiste bien aux écarts de température. La fibre optique constitue la plupart des artères de télécommunications et des réseaux locaux à très haut débit. Les premières fibres optiques employées dans les télécommunications, apparues dans les années 1970, étaient *multimodes* (à saut d'indice ou à gradient d'indice, selon que l'indice de réfraction de la lumière varie de manière brutale ou progressive entre le cœur et la gaine de la fibre). Ces fibres étaient réservées (et le sont encore) aux débits inférieurs au gigabit par seconde, sur des distances de l'ordre du kilomètre. Plusieurs longueurs d'onde bien choisies se propagent simultanément en de multiples trajets dans le cœur de la fibre. Pour des débits plus élevés et des distances plus longues, la fibre monomode, de fabrication plus récente, plus fine, assure la propagation d'une seule longueur d'onde dans son cœur (quelques micromètres de diamètre) et offre donc de meilleures performances.



4. Transmissions sans fil

Les ondes électromagnétiques se propagent dans l'atmosphère ou dans le vide. L'absence de support matériel apporte une certaine souplesse et convient aux applications comme la téléphonie ou les télécommunications mobiles, sans nécessiter la pose coûteuse de câbles.

Les *faisceaux hertziens* reposent sur l'utilisation de fréquences très élevées (de 2 GHz à 15 GHz et jusqu'à 40 GHz) et de faisceaux directifs produits par des antennes directionnelles émettant dans une direction donnée. La propagation des ondes est

limitée à l'horizon optique ; la transmission se fait entre stations placées en hauteur, par exemple au sommet d'une colline, pour éviter les obstacles dus aux constructions. Les faisceaux hertziens s'utilisent pour la transmission par satellite, pour celle des chaînes de télévision ou pour constituer des artères de transmission longues distances dans les réseaux téléphoniques.

Les *ondes radioélectriques* correspondent à des fréquences comprises entre 10 kHz et 2 GHz. Un émetteur diffuse ces ondes captées par des récepteurs dispersés géographiquement. Contrairement aux faisceaux hertziens, il n'est pas nécessaire d'avoir une visibilité directe entre émetteur et récepteur, car celui-ci utilise l'ensemble des ondes réfléchies et diffractées. En revanche, la qualité de le la transmission est moindre car les interférences sont nombreuses et la puissance d'émission est beaucoup plus faible.

L'attribution des bandes de fréquence varie selon les pays et fait l'objet d'accords internationaux. Le tableau ci-dessous donne les grandes lignes de la répartition des ondes en France. On constate que le découpage est complexe et qu'il reste peu de place pour de nouvelles applications.

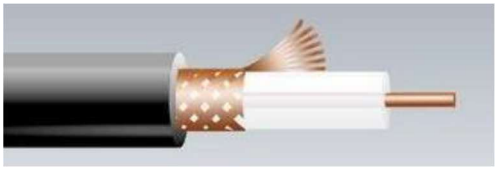
Gamme de fréquences	Type d'utilisation
10 kHz – 150 kHz	Communications radiotélégraphiques
150 kHz – 300 kHz	Radiodiffusion (grandes ondes)
510 kHz – 1 605 kHz	Radiodiffusion (petites ondes)
6 MHz – 20 MHz	Radiodiffusion (ondes courtes)
29,7 MHz – 41 MHz	Radiotéléphonie
47 MHz – 68 MHz	Télévision
68 MHz – 87,5 MHz	Liaisons radio en modulation de fréquence
87,5 MHz – 108 MHz	Radiodiffusion
108 MHz – 162 MHz	Radiotéléphonie
162 MHz – 216 MHz	Télévision
216 MHz – 470 MHz	Radiotéléphonie
470 MHz – 860 MHz	Télévision et radar
860 MHz – 960 MHz	Radiotéléphonie
Autour de 1 800 MHz	Radiotéléphonie
Entre 6 et 30 GHz	Services satellites en fixe

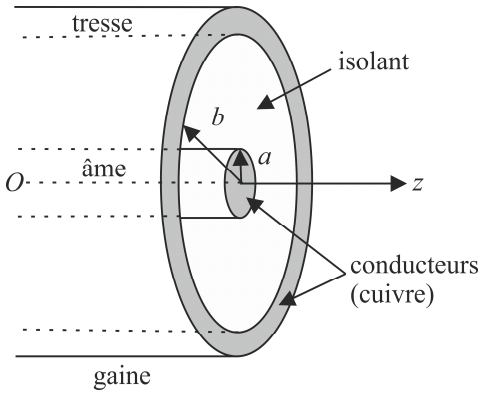
1. PRÉSENTATION

Document 2 : Description du câble utilisé

Le câble est constitué d'un conducteur central cylindrique de rayon a (« l'âme »), d'un conducteur périphérique coaxial au premier (« tresse » ou « blindage », de rayon intérieur b).

L'espace entre les deux conducteurs est rempli d'un matériau diélectrique, c'est-à-dire isolant. Dans le cas du câble utilisé RG 58 de longueur $L = 100\,\text{m}$, le diélectrique est du polyéthylène de permittivité relative $\varepsilon_r = 2{,}25$. Le tout est protégé par une gaine en plastique.





Le constructeur annonce une perte de 4,5 dB par 100 m de câble à 10 MHz.

On réalise ainsi un guide d'onde électromagnétique, pour lequel plusieurs structures du champ électromagnétique sont possibles (on les appelle « modes de propagation » du guide d'onde).

Aux fréquences auxquelles nous travaillerons (moins de 20 MHz), on peut montrer que le seul mode de propagation solution des équations de Maxwell dans le câble est un mode transverse électromagnétique « TEM » : les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires à la direction de propagation. On se propose de faire l'étude théorique complète de ce mode de propagation.

On suppose pour le moment que l'espace entre l'âme et la tresse est vide.

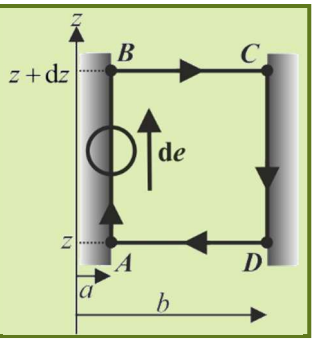
Il suffit dans le cas d'un diélectrique de remplacer ε_0 par $\varepsilon_0\varepsilon_r$.

1.1 Étude théorique

Q.1) En régime sinusoïdal, le champ électrique est de la forme $\underline{\vec{E}} = E_0(r)e^{i(\omega t - kz)}\vec{e}_r$. Montrer en utilisant les équations de Maxwell que $E_0(r) = E_0 \cdot a / r$. En déduire que $\underline{\vec{B}} = B_0(r)e^{i(\omega t - kz)}\vec{e}_\theta$ et exprimer $B_0(r)$ en fonction de $E_0(r)$, de k et ω. Montrer enfin que $k = \omega / c$ (il n'y a pas de dispersion). L'onde étudiée est-elle pour autant plane ?

Q.2) Déduire des conditions aux limites les densités surfaciques de charges et de courants sur l'âme ($r = a$) : $\underline{\sigma_a}(z,t)$, $\underline{\vec{J}_{\mathscr{S}a}}(z,t)$ et sur la tresse ($r = b$) : $\underline{\sigma_b}(z,t)$, $\underline{\vec{J}_{\mathscr{S}b}}(z,t)$.

Q.3) Calculer le courant $\underline{i}(z,t)$ qui parcourt l'âme dans le sens des z croissants. Que vaut le courant $\underline{i'}(z,t)$ qui parcourt la tresse dans le même sens ? Calculer le flux $\mathrm{d}\underline{\Phi}$ du champ magnétique à travers une surface rectangulaire $ABCD$ de longueur $\mathrm{d}z$ comprise entre $r = a$ et $r = b$ située dans un plan méridien du câble. En déduire que l'inductance linéique du câble vaut $\Lambda = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$.

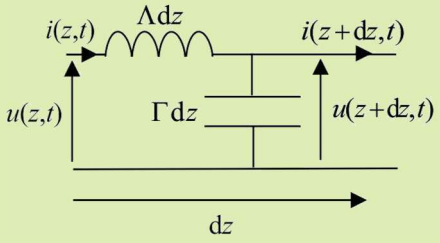


Q.4) Calculer la charge $\mathrm{d}\underline{q}$ de l'âme comprise entre z et $z+\mathrm{d}z$. Que vaut la charge $\mathrm{d}\underline{q'}$ de la tresse entre z et $z+\mathrm{d}z$? Calculer la tension $\underline{u}(z,t)=\int_{r=a}^{r=b}\underline{\vec{E}}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{OM}$ entre l'âme et la tresse. En déduire que la capacité linéique du câble vaut $\Gamma=2\pi\varepsilon_0/\ln\left(\frac{b}{a}\right)$.

Q.5) Montrer $i(z,t)=i(z+\mathrm{d}z,t)+\mathrm{d}C\cdot\frac{\partial u}{\partial t}$ (1)

On choisit arbitrairement d'affecter au segment AB la f.e.m $\mathrm{d}e=-\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}t}$ dans le contour γ : $ABCD$. On a donc $\vec{E}=-\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$ sauf sur $[AB]$ où $V_B-V_A=\mathrm{d}e$. En déduire $u(z+\mathrm{d}z,t)-u(z,t)=-\mathrm{d}L\cdot\frac{\partial i}{\partial t}$ (2).

Montrer alors que le schéma électrocinétique équivalent pour une tranche de câble $[z,z+\mathrm{d}z]$ est le suivant :



Le modèle s'appelle « modèle de la constante répartie ». On néglige toute absorption : aucun élément résistif ne figure dans le schéma.

Q.6) Montrer que dans un tel câble, une onde progressive de tension et de courant se propage à la célérité : $c=\frac{1}{\sqrt{\Lambda\Gamma}}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}}=\frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ et que l'on a $Z_c=\frac{u(z,t)}{i(z,t)}=\sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$, où Z_c est l'impédance itérative, ou caractéristique du câble. Calculer la valeur numérique de c et de Z_c (on a $\ln\frac{b}{a}\simeq 1,25$).

$Z_c=$ Ω (Le constructeur donne $Z_c=50\,\Omega$) $c=$ $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Q.7) Montrer que le coefficient de réflexion en tension à l'extrémité $z=0$ du câble vaut $\rho=\frac{u_r(0,t)}{u_i(0,t)}=\frac{R-Z_c}{R+Z_c}$ quand on le branche sur une résistance de charge R.

Q.8) Calculer la longueur d'onde à 200 kHz et la comparer à la longueur L du câble. Commenter.

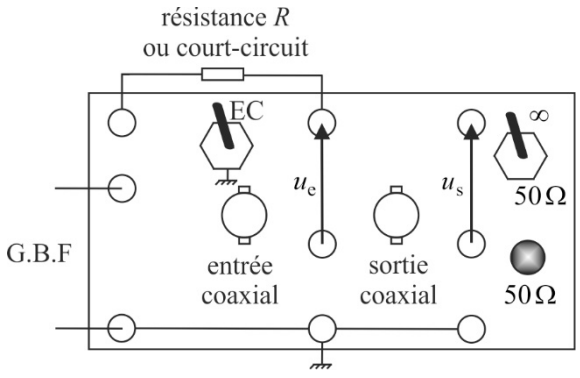
1.2 Présentation de la maquette

Le câble coaxial de 100 m est connecté entre l'entrée coaxial et la sortie coaxial. La maquette permet d'observer les signaux à l'entrée et à la sortie du câble.

La maquette permet d'appliquer le signal d'un G.B.F à l'entrée du câble coaxial, en ajoutant éventuellement entre les deux bornes prévues à cet effet une résistance R à la résistance de sortie $R_s=50\,\Omega$ du G.B.F.

Quand on n'utilise pas cette possibilité, il faut court-circuiter ces deux bornes.

La sortie du câble est soit ouverte (placer le commutateur sur « ∞ »), soit une impédance de $50\,\Omega$ (placer le commutateur sur « $50\,\Omega$ »), soit court-circuitée en plaçant un fil entre les deux bornes de sortie.



2. PROPAGATION D'IMPULSIONS DE TENSION

2.1 Signal envoyé

1) Relier l'entrée du câble à un générateur d'impulsions.

Q.9) Donner la condition sur la fréquence des impulsions permettant à l'impulsion réfléchie de revenir en entrée du câble avant que ne soit émise l'impulsion suivante. On prend $f=200\,\mathrm{kHz}$, commenter ce choix.

2) On observe le signal à l'entrée du câble. Ajuster la durée des impulsions de sorte qu'elles apparaissent bien séparées.

2.2 Ligne à sortie ouverte

1) On laisse l'extrémité libre du câble en circuit ouvert ($R \to \infty$). Qu'observez-vous ? Reproduire les signaux observés. Interpréter.

Mesurer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le diélectrique. Comparer avec la valeur théorique.

Mesures : $c =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $u(c) =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

2) Intercaler entre le générateur et le câble une résistance de l'ordre de quelques dizaines d'ohms à l'aide d'une boîte à décades. Qu'observez-vous ? Reproduire les signaux observés. Interpréter.

2.3 Ligne à sortie court-circuitée

1) On court-circuite maintenant l'extrémité libre du câble ($R = 0$). Qu'observez-vous ? Reproduire les signaux observés. Interpréter.

Mesurer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le diélectrique.

Mesures : $c =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $u(c) =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

2.4 Ligne adaptée en sortie

1) On branche maintenant à l'extrémité du câble un conducteur ohmique de résistance $R = 50\,\Omega$. Qu'observez-vous ? Reproduire les signaux observés. Interpréter.

3. ONDES HARMONIQUES DANS LE CÂBLE

3.1 Signal envoyé

1) Connecter maintenant en entrée du câble le G.B.F Keysight (ou Agilent) qui peut délivrer des signaux jusqu'à 15 MHz. Lui faire délivrer un signal sinusoïdal dont la fréquence variera de 200 kHz à 10 MHz.

La suite du TP vous laisse l'initiative pour déterminer la célérité des ondes dans le câble, en réalisant des ondes harmoniques (sinusoïdales), stationnaires puis progressives, et en recherchant la meilleure précision possible. Veillez donc à rédiger soigneusement le compte-rendu, en y faisant apparaître les protocoles retenus.

3.2 Ondes stationnaires

Établir et mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qu'aucune dispersion n'est observable. En déduire la valeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble.

Mesures : $c =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $u(c) =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3.3 Ondes progressives

Établir et mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qu'aucune dispersion n'est observable, **et de tracer une courbe donnant l'atténuation en fonction de la fréquence**. En déduire la valeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le câble.

Mesures : $c =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $u(c) =$ $\quad$ $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Q.10) Effectuer un bilan de puissance **moyenne** sur la tranche $[z, z+\mathrm{d}z]$ du câble. La puissance absorbée est supposée être proportionnelle à la puissance incidente et à l'épaisseur $\mathrm{d}z$ de la tranche : $\mathrm{d}P_a = P(z)\dfrac{\mathrm{d}z}{\delta}$. En déduire la loi $P(z)$ puis $U(z)$, où U est l'amplitude la tension.

Donner la valeur expérimentale de δ à 1 MHz et 10 MHz. Proposer une explication pour l'évolution de l'atténuation avec la fréquence.

Matériel :

Câble coaxial de 100 m
Maquette de connexion au G.BF et à l'impédance de sortie

ÉTUDE D'UN MATÉRIAU FERROMAGNÉTIQUE

TP 21

1. PRÉSENTATION DE LA MAQUETTE

1.1 Les transformateurs

La maquette fournie permet l'étude de deux transformateurs toriques.
Le premier est en fer, matériau conducteur : le noyau est en tôle feuilletée. Le deuxième est en ferrite, matériau isolant.

Q.1) Expliquer pourquoi le transformateur en fer est en tôle feuilletée.

Les deux transformateurs ont mêmes dimensions :

Diamètre extérieur : $D_2 = 63$ mm **Diamètre intérieur : $D_1 = 38$ mm** **Hauteur : $h = 25$ mm**

Q.2) En déduire la surface $\mathscr{S}$ d'une section droite du tore, la longueur moyenne ℓ du circuit magnétique, et le volume du tore :
$\mathscr{S} =$ mm^2 $\ell =$ mm $\mathscr{V} =$ m^3.

L'enroulement primaire comporte $N_1 = 60$ spires. Il y a deux enroulements secondaires : $N_2 = 40$ spires ou $N_2 = 20$ spires.
Les bornes homologues sont indiquées.

1) Effectuer avant toute connexion une mesure à l'ohmmètre des résistances du primaire et du secondaire :
$r_1 =$ Ω, $r_2 =$ Ω Commenter.

1.2 Les connexions

— Le G.B.F est connecté à la fiche BNC notée Ep, les voies Y1 et Y2 de l'oscilloscope aux deux autres bornes BNC.
— L'alimentation continue de la maquette $+15$ V ; 0 V ; -15 V se fait avec trois fils de cuivre classiques $\Phi = 4$ mm.
1) **Réaliser l'alimentation continue de la plaquette.** La plaquette sera par la suite constamment alimentée.
— les connexions internes se font avec les fils fournis $\Phi = 1{,}5$ mm.

1.3 Alimentation du primaire

Le module « amplificateur de puissance » permet d'imposer une tension sinusoïdale ou un courant sinusoïdal au primaire d'un transformateur. Dans tous les cas, le G.B.F est connecté entre les points Ep et la masse.

— Lorsque les points Cc et Rp ne sont pas reliés par un fil, on impose une TENSION au primaire du transformateur (entre Sp et Rp) : le module fournit alors une source de tension commandée par la tension Ep de sortie du G.B.F.

— Lorsque les points Cc et Rp sont reliés par un fil, on impose un COURANT au primaire du transformateur (entre Sp et Rp) : le module fournit alors une source de courant commandée par la tension Ep de sortie du G.B.F.

1.4 Mesure du courant

Le courant $i_1(t)$ qui traverse le primaire est mesuré grâce au module « amplificateur de mesure du courant ». Le potentiel au point C1 vaut $\mathbf{10}\,i_1(t)$ **lorsqu'un court-circuit est placé entre les bornes C1 et C2** et $100\,i_1(t)$ lorsque le court-circuit est enlevé.

1.5 Intégrateur

Il permet d'obtenir une tension proportionnelle au champ magnétique dans le tore.
Un réglage d'offset est prévu.
1) Court-circuiter Ei et M.
2) Observer Si en voie Y2 de l'oscilloscope en mode DC. Agir sur le potentiomètre à l'aide du petit tournevis fourni pour annuler cette tension d'offset.
3) Enlever le court-circuit.

1.6 Générateur de rampe

C'est un montage qui génère en Sr une rampe de tension, en Ss un échelon de tension. Il est mis en service en appuyant en continu sur le bouton poussoir. On utilise une rampe de tension pour tracer la courbe de première aimantation d'un transformateur.

2. TRACÉ DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS DU TORE EN FERRITE PUIS EN FER

2.1 Obtention des images de *H* et de *B*

On alimente le noyau **en ferrite** par la source de courant.

1) Connecter le G.B.F à la fiche BNC Ep.

2) Relier Cc et Rp : on obtient une source de courant $i_1(t)$ commandée par la tension de sortie du G.B.F. Choisir une **tension sinusoïdale de fréquence 20 Hz**.

3) Alimenter le primaire du transformateur en ferrite en connectant Sp à A, et Rp à B.

4) Court-circuiter C1 et C2. Visualiser en entrée EA0 du boîtier d'acquisition et en voie Y1 de l'oscilloscope la tension C1 notée v_1 qui vaut $10i_1(t)$.

5) Connecter l'enroulement de **20 spires** du secondaire en ferrite à l'intégrateur (connecter E à Ei et F à M). Visualiser la tension de sortie Si de l'intégrateur, notée v_2, en entrée EA1 du boîtier d'acquisition et en voie Y2 de l'oscilloscope.

2.2 Exploitation des courbes

Q.3) L'impédance d'entrée de l'intégrateur étant élevée, on suppose $N_1|i_1| >> N_2|i_2|$. Donner alors l'expression de l'excitation magnétique *H* dans le tore en fonction de la tension v_1 observée en voie Y1 de l'oscilloscope, de N_1 et de ℓ.

Faire l'application numérique : $H_{(A.m^{-1})} =$ $v_{1(V)}$.

Q.4) On donne les valeurs suivantes pour l'intégrateur : résistance $R_{ia} = 2{,}7\,k\Omega$ entre Ei et l'entrée inverseuse ; résistance $R_{ib} = 10\,M\Omega$ en parallèle avec une capacité $C_i = 1\,\mu F$ entre l'entrée inverseuse et la sortie.

Calculer la fonction de transfert du montage et justifier qu'il fonctionne bien en intégrateur. Expliquer le rôle de la résistance $R_{ib} = 10\,M\Omega$.

En déduire l'expression du champ magnétique dans le tore en fonction de la tension v_2 observée en voie Y2 de l'oscilloscope, de N_2, $\mathscr{S}$, R_{ia} et C_i.

Faire l'application numérique : $B_{(T)} =$ $v_{2(V)}$.

1) Pour acquérir avec le logiciel LatisPro les signaux temporels *H*(*t*) et *B*(*t*), on procèdera ainsi :

— Dans paramètres, cliquer sur  (paramétrage de l'acquisition).

— Activer les entrées analogiques EA0 et EA1.

— Choisir les paramètres suivants : nombre d'échantillons : 1000, période d'acquisition : 50 µs. On a alors une durée d'acquisition de 50 ms soit une seule période.

— Lancer l'acquisition avec l'icône .

— Cliquer sur  pour faire apparaître la liste des courbes. Les courbes EA0 fct(Temps) et EA1 fct(Temps) y apparaissent.

— Dans le menu « Traitements » choisir « Feuille de Calcul » et rentrer les relations entre *H* et EA0 d'une part et entre *B* et EA1 d'autre part, par exemple H=37.7*EA0. Les valider en faisant « Calcul » puis « Exécuter ». Deux nouvelles courbes H fct(Temps) et B fct(Temps) apparaissent.

Acquérir puis imprimer les signaux près avoir diminué l'amplitude du G.B.F jusqu'à ce que l'un d'entre eux soit quasiment sinusoïdal. Justifier alors l'allure des deux signaux observés.

Commenter le signe du décalage temporel entre les deux courbes. Quel phénomène cela traduit-il ?

2) Observer à l'oscilloscope la courbe *B* en fonction de *H* en mode XY. **Utiliser la tension maximale délivrée par le G.B.F (en la limitant toutefois si une déformation due aux composants électroniques de la maquette apparaît)**.

L'acquisition du cycle avec le logiciel LatisPro de la façon suivante :

— Faire apparaître une nouvelle fenêtre graphique (« Fenêtre » puis « Nouvelle Fenêtre »). Faire glisser *B* de la liste des courbes vers les ordonnées de cette fenêtre puis *H* vers les abscisses. On obtient le cycle d'hystérésis *B*(*H*).

— Ce cycle n'est pas en général centré à cause d'une tension de décalage pour *B*. Corriger ceci en observant les valeurs prises par *B* quand *H* est nul. En déduire la valeur à ajouter à *B* dans la feuille de calcul.

— Mesurer grâce aux outils « Loupe » et « Réticule » obtenus par un clic droit sur la fenêtre graphique les valeurs de l'excitation coercitive H_c, du champ magnétique rémanent B_r.

Mesures :

$B_r =$ T $H_c =$ $A \cdot m^{-1}$

3) Mesurer la pente des asymptotes du cycle. Peut-on considérer que le matériau atteint bien la saturation ? Imprimer le cycle.

4) Donner la valeur maximale I_{2max} de i_2 et celle I_{1max} de i_1. Pour I_{2max}, on pourra prendre la tension en Ei ou E puisque $E_{max} = R_{ia} I_{2max}$. Vérifier l'approximation $N_1|i_1| >> N_2|i_2|$.

5) Observer l'allure des cycles obtenus en diminuant la valeur de la tension du G.B.F. En déduire une méthode pour démagnétiser le matériau.

6) Recommencer en supprimant la liaison entre Cc et Rp : on alimente ainsi le primaire du transformateur avec un générateur de tension **(la maquette permet, avec ce mode d'alimentation, d'obtenir des valeurs de *H* plus grandes et de se rapprocher de la saturation)** :

— Visualiser à l'oscilloscope le cycle d'hystérésis en XY. **Il faut rajouter à cette dernière un petit offset** afin de compenser la valeur continue de i_1 et d'obtenir un cycle symétrique. **Utiliser la tension maximale délivrée par le G.B.F (en la limitant toutefois si une déformation due aux composants électroniques de la maquette apparaît)**. Vérifier que les valeurs des champs coercitif et rémanent ont peu varié.

— Acquérir puis imprimer les signaux avoir diminué l'amplitude du G.B.F jusqu'à ce que l'un d'entre eux soit quasiment sinusoïdal. Justifier alors l'allure des deux signaux observés.

2.3 Étude du noyau en fer

1) Reprendre le même montage mais en utilisant cette fois le tore en fer (primaire entre G et H, secondaire entre K et L).

2) Imprimer l'allure du cycle d'hystérésis obtenu à 20 Hz pour avec la tension maximale délivrée par le G.B.F, **telle que le cycle ne soit pas déformé par des défauts des composants électroniques du circuit d'alimentation du primaire**. Mesurer les valeurs de l'excitation coercitive H_c, du champ rémanent B_r et du champ magnétique B_{sat} à saturation.

Mesures : B_r = **T** **H_c =** **$A \cdot m^{-1}$.**

3) Comparer les résultats obtenus avec les deux tores :

Quel est le matériau qui permet d'obtenir les champs magnétiques les plus intenses ?

Quel est le matériau le plus facile à magnétiser/démagnétiser ?

Comparer les pertes fer à 20 Hz, égales à l'aire du cycle fois la fréquence fois le volume du tore, et que l'on évaluera par la formule $P_f \simeq 2H_c \cdot 2B_r \cdot f \cdot \mathscr{V}$. Commenter.

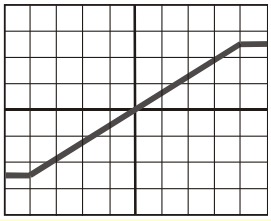
ferrite : P_f = **mW** **fer : P_f =** **mW**

.

3. TRACÉ DES COURBES DE PREMIÈRE AIMANTATION

3.1 Noyau de ferrite

On reprend l'étude du noyau de ferrite.



1) Effectuer le câblage en conséquence. Visualiser le cycle d'hystérésis en mode XY.

2) Diminuer l'amplitude du signal sinusoïdal fourni par le G.B.F jusqu'à une valeur proche de 0. Le cycle se réduit alors à un point et le matériau est désaimanté. Reprendre éventuellement le réglage de l'offset de l'intégrateur si ce point n'est pas au centre de l'écran. Débrancher le G.B.F.

3) Connecter la sortie Sr du générateur de rampe à l'entrée Ep de l'amplificateur de puissance. On obtient ainsi une rampe de courant comme sur la figure ci-contre, d'une durée de 2 s.

4) Effectuer l'acquisition de la courbe de première aimantation avec les paramètres suivants :

nombre d'échantillons : 1500, période d'acquisition : 1,5 ms. On a alors une durée d'acquisition de 1,5 s

— Synchroniser sur EA0 (*H*) avec un front montant pour une valeur de 10 mV.

— Obtenir les courbes H fct(Temps) et B fct(Temps) comme précédemment. Faire glisser *B* de la liste des courbes vers les ordonnées de cette fenêtre puis *H* vers les abscisses pour obtenir la courbe de première aimantation *B*(*H*).

— Mesurer grâce aux outils « Créer Droite » la pente maximale de la courbe et en déduire la valeur maximale de la perméabilité relative μ_r du matériau : **μ_{rmax} =** .

5) En cas d'échec lors de l'acquisition, il faut avant de recommencer démagnétiser le noyau de fer à l'aide du G.B.F. Reconnecter le générateur de rampe.

6) Imprimer la courbe de première aimantation, ou reproduire son allure sur le compte-rendu.

7) Tracer à l'aide du logiciel une courbe permettant de déterminer l'aimantation à saturation : **M_{sat} =** **$A \cdot m^{-1}$.**

3.2 Noyau de fer

1) Reprendre le même montage mais en utilisant cette fois le tore en fer (primaire entre G et H, secondaire entre K et L).

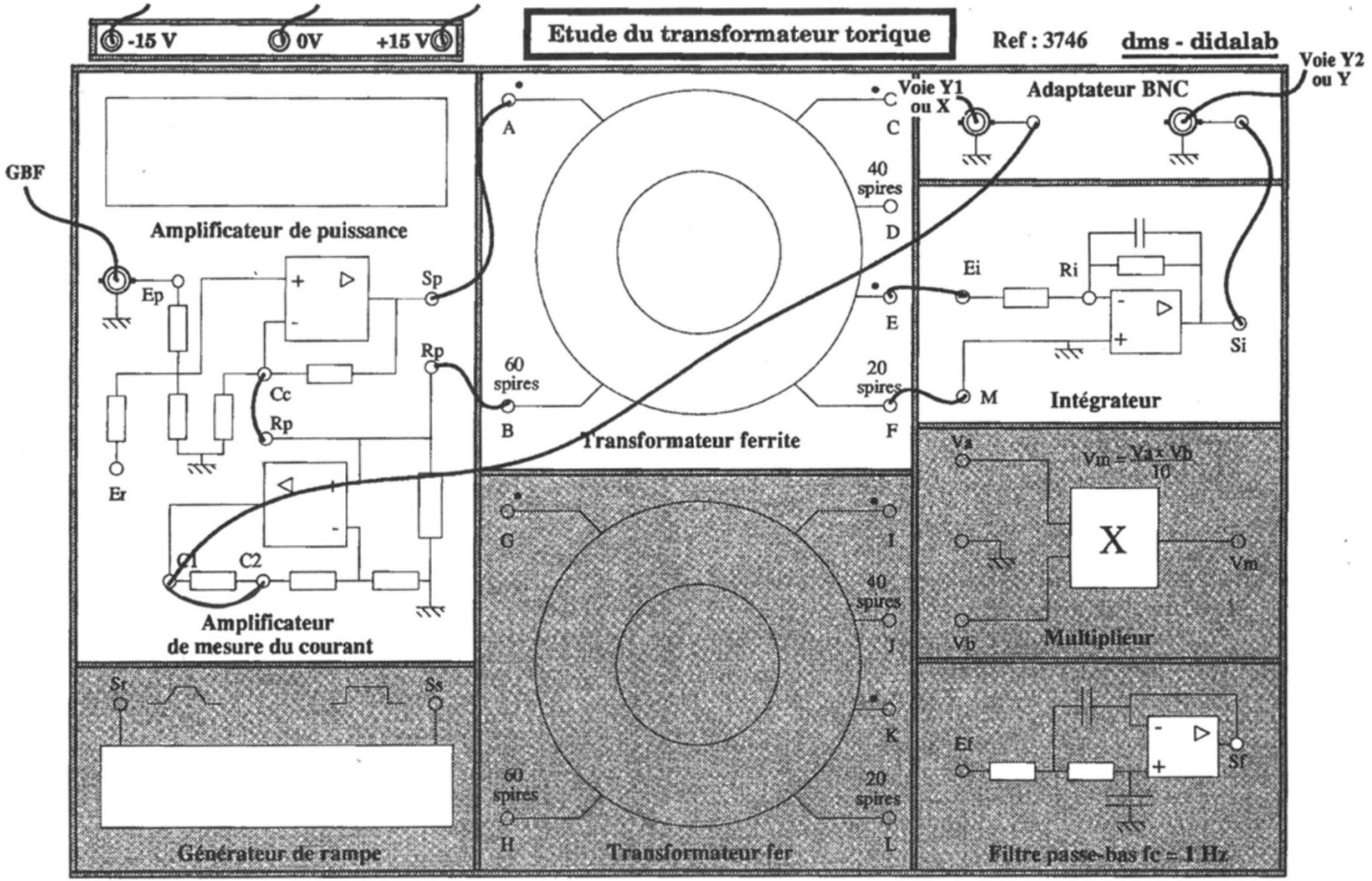
2) Tracer la courbe de première aimantation pour le fer.

Mesures : μ_{rmax} = **M_{sat} =** **$A \cdot m^{-1}$.**

3) Comparer les résultats obtenus avec les deux tores : quel matériau permet d'obtenir les champs magnétiques les plus intenses ? Quel matériau canalise le mieux le champ magnétique ?

Matériel :

Maquette ferromagnétisme DMS 3746 avec fils de connexion de diamètre $\Phi = 1{,}5$ mm.



Tracé du cycle d'hystérésis du TRANSFORMATEUR à NOYAU DE FERRITE alimenté par une source de courant

ÉTUDE D'UN TRANSFORMATEUR, BILANS DE PUISSANCE

TP 22

Afin de ne minimiser les pertes énergétiques dans le transport d'énergie électrique, on doit modifier l'amplitude de la tension entre le site de production, les câbles assurant le transport, et le lieu où l'énergie est distribuée. C'est le rôle du transformateur. Ce dernier doit également occasionner le moins de pertes possibles, ce qui conditionne son dimensionnement.
Le document 1 aborde la modélisation d'un transformateur réel, dont l'étude fait l'objet des manipulations qui suivent.

Document 1 : Modélisation linéaire d'un transformateur réel

Un transformateur a un comportement proche du transformateur parfait quand on l'utilise dans les *conditions nominales* pour lesquelles on l'a dimensionné. Son rendement peut alors atteindre plus de 99%.
Voici un exemple de fiche signalétique d'un transformateur :

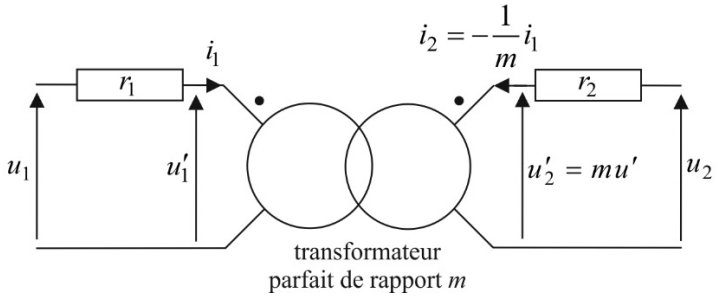
Puissance nominale apparente : $S_N = 100$ VA
Tension nominale au primaire : $U_{1N} = 110$ V (valeur efficace)
Tension nominale au secondaire : $U_{2N} = 24$ V (valeur efficace)
Fréquence de fonctionnement : $f = 50$ Hz

La puissance nominale correspond au produit $S_N = U_{1N} \cdot I_{1N} \simeq U_{2N} \cdot I_{2N}$. Ce n'est pas la puissance moyenne $U_{1N} \cdot I_{1N} \cos\varphi_1$ absorbée au primaire qui fait intervenir le facteur de puissance ; c'est pour cela qu'on la donne en VA et pas en W.
On peut en déduire les valeurs nominales (efficaces) des courants au primaire et au secondaire : $I_{1N} \simeq 0{,}9$ A et $I_{2N} \simeq 4{,}2$ A.

Les écarts entre le transformateur réel et le transformateur parfait sont supposés suffisamment faibles pour qu'on puisse étudier **séparément** les « défauts » du transformateur réel (on n'ajoute qu'un seul défaut à la fois au modèle du transformateur parfait), puis les ajouter (méthode de « perturbation »).
On se place dans le cadre d'un modèle **linéaire** du transformateur, pour lequel le régime sinusoïdal forcé existe.

• Prise en compte des « pertes cuivre »

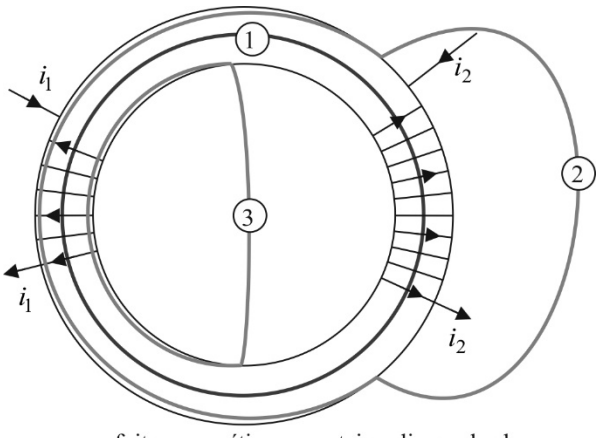
Les enroulements primaire et secondaire possèdent les résistances respectives r_1 et r_2 (qui restent faibles). Le transformateur réel peut alors se décrire à l'aide du transformateur idéal :



En régime sinusoïdal, la puissance moyenne dissipée (pertes « cuivre ») vaut $P_c = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 = (r_2 + m^2 r_1) I_2^2 = R_c I_2^2$, où I_1 et I_2 sont des valeurs efficaces, et R_c la résistance des fils de cuivre ramenée au *secondaire*.

• Prise en compte des flux de fuite

Comme la perméabilité relative μ_r du matériau est finie, une partie seulement des lignes de champ magnétique traverse toutes les spires du primaire comme du secondaire. On note φ le flux commun.
Le flux total à travers la $k^{\text{ième}}$ spire du primaire est $\varphi_k^{(1)} = \varphi + \alpha_k i_1$. On conserve en effet la relation $i_2 = -i_1 / m$, puisqu'on ne traite qu'un défaut à la fois. Or, ce sont les courants i_1 et i_2 qui créent les lignes de champ responsables du flux complémentaire $\varphi_k^{(1)} - \varphi$.



fuites magnétiques: certaines lignes de champ comme 2 et 3 ne traversent pas toutes les spires

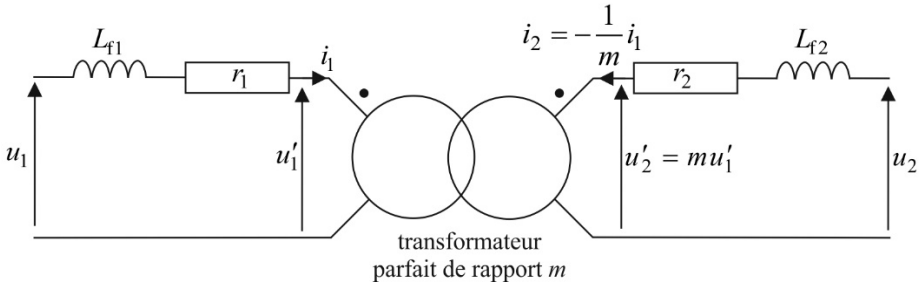
On a donc pour le flux total à travers le primaire : $\Phi_1 = \sum_{k=1}^{N_1} \varphi_k{}^{(1)} = N_1\varphi + \sum_{k=1}^{N_1} \alpha_k i_1 = N_1\varphi + L_{f1} i_1$, et de même :

$\Phi_2 = \sum_{k=1}^{N_2} \varphi_k{}^{(2)} = N_2\varphi + \sum_{k=1}^{N_2} \beta_k i_2 = N_2\varphi + L_{f2} i_2$.

Les inductances L_{f1} et L_{f2} sont appelées inductances de fuite du primaire et du secondaire. On a maintenant :

$u_1 = -e_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} = \underbrace{N_1 \frac{d\varphi}{dt}}_{u_1'} + L_{f1}\frac{di_1}{dt}$ et $u_2 = -e_2 = \frac{d\Phi_2}{dt} = \underbrace{N_2 \frac{d\varphi}{dt}}_{u_2'} + L_{f2}\frac{di_2}{dt}$.

En rajoutant ce défaut au précédent, le transformateur réel peut alors être décrit à l'aide du transformateur idéal :

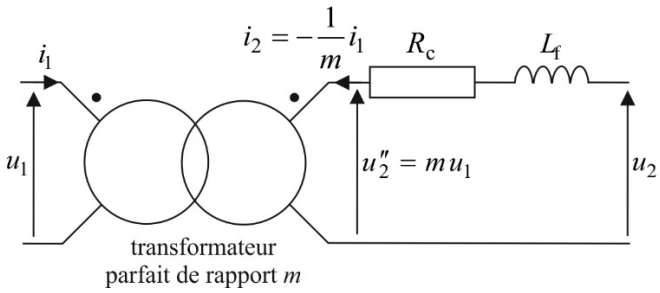


On peut transférer l'impédance $Z_1 = r_1 + jL_{f1}\omega$ du primaire au secondaire (d'autant plus que ces inductances de fuites ne peuvent pas être mesurées séparément).

On a en notation complexe $\underline{u_2} = Z_2\underline{i_2} + \underline{u_2'} = Z_2\underline{i_2} + m\underline{u_1'}$, avec $\underline{u_1'} = \underline{u_1} - Z_1\underline{i_1}$, d'où $\underline{u_2} = Z_2\underline{i_2} - mZ_1\underline{i_1} + m\underline{u_1}$.

Comme $\underline{i_1} = -m\underline{i_2}$, on obtient $\underline{u_2} = Z_2\underline{i_2} + m^2 Z_1\underline{i_2} + m\underline{u_1} = \underbrace{(Z_2 + m^2 Z_1)}_{Z}\underline{i_2} + \underline{u_2''}$, avec $\underline{u_2''} = m\underline{u_1}$.

On en déduit $Z = Z_2 + m^2 Z_1$, soit $R_c = r_2 + m^2 r_1$, et $L_f = L_2 + m^2 L_1$.

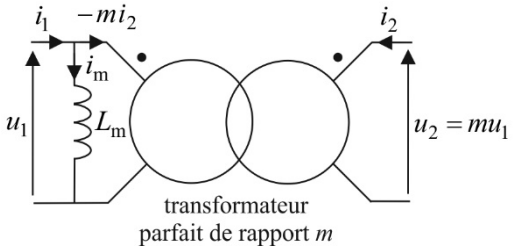


• Prise en compte du courant magnétisant

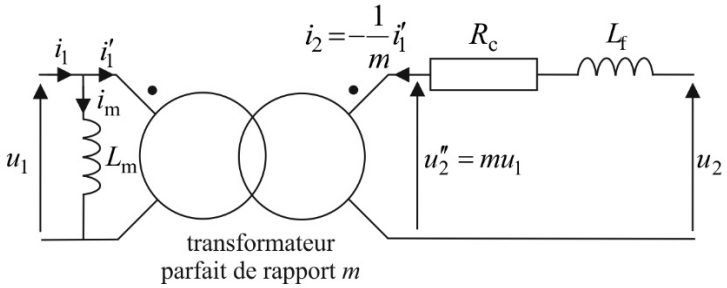
Le matériau est linéaire : $\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$, mais comme μ_r est finie : $\oint_\gamma H \cdot d\overrightarrow{OM} = N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_m \neq 0$.

Le courant magnétisant i_m (courant au primaire quand le secondaire est ouvert) constitue un écart par rapport au cas du transformateur parfait pour lequel on aurait $i_1 = -mi_2 \Rightarrow i_1 = 0$ si $i_2 = 0$. Comme $\mu_r >> 1$, $i_m << I_{1N}$. Comme le flux φ, supposé commun à toutes les spires (un seul défaut est pris en compte à la fois…) est proportionnel à B, B à H, et H à $N_1 i_m$, on a $\varphi = \Lambda N_1 i_m$. Dès lors, on peut écrire $u_1 = -e_1 = N_1\frac{d\varphi}{dt} = \Lambda N_1{}^2\frac{di_m}{dt} = L_m\frac{di_m}{dt}$, et $u_2 = -e_2 = N_2\frac{d\varphi}{dt} = mu_1$.

Dans le montage équivalent représenté ci-dessous, u_1 est la tension aux bornes d'une bobine d'inductance L_m (inductance magnétisante) parcourue par un courant d'intensité $i_m = i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_1 - (-mi_2)$.



En rajoutant ce défaut aux précédents, on obtient :



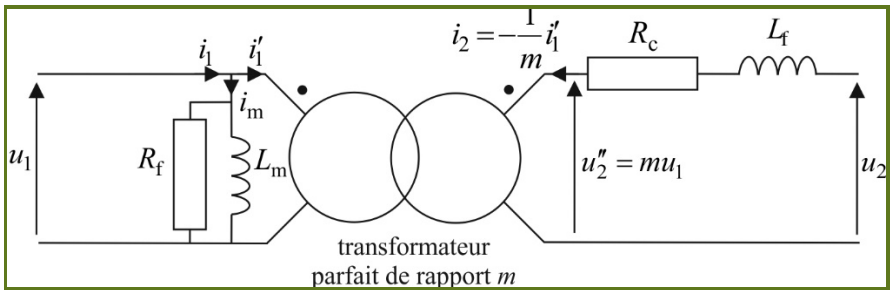
●Prise en compte des « pertes fer »

Les « pertes fer » ont lieu dans le matériau ferromagnétique et ont pour origine sa non-linéarité.

Elles sont le plus souvent de la forme $P_f = \alpha_f B_{max}^{\ 2}$.

Si l'on ne considère que ce défaut, la tension au primaire vaut $u_1(t) = -e_1 = N_1 \mathscr{S} \frac{dB}{dt}$. On a donc $B_{max} \propto U_1$, valeur efficace de la tension au primaire. La puissance moyenne dissipée à cause des pertes fer s'écrit alors $P_f = \frac{U_1^{\ 2}}{R_f}$, avec R_f qui dépend de la fréquence. On prend en compte les pertes fer dans un modèle linéaire en rajoutant, en parallèle avec l'inductance L_m, une résistance R_f telle que la puissance moyenne qu'elle dissipe soit égale aux pertes fer.

On obtient finalement le modèle linéaire ci-dessous (il en existe d'autres) qui prend en compte les défauts du transformateur.



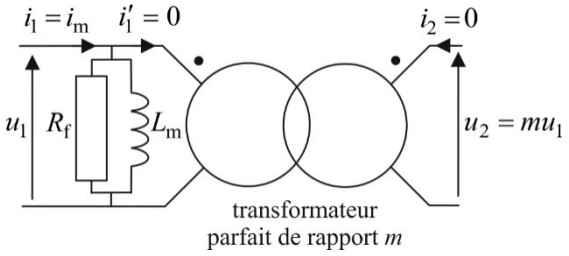
Document 2 : Méthode d'étude expérimentale d'un transformateur

Si l'on adopte le modèle linéaire précédent du transformateur réel, on peut déterminer expérimentalement, à l'aide d'un wattmètre et de multimètres, les valeurs de R_c, R_f, L_f et L_m. On dispose alors de formules permettant de calculer les pertes cuivre et fer.

On se place en régime sinusoïdal forcé. L'étude fait intervenir trois montages.

● Circuit secondaire ouvert : montage « bobine à noyau de fer »

On a dans ce cas $i_2 = 0$, et la modélisation du transformateur est la suivante :



Le secondaire étant ouvert, I_1 est égale à I_m, intensité efficace du courant magnétisant, de faible valeur : les pertes cuivre sont négligeables, ce qui est cohérent avec la modélisation proposée.

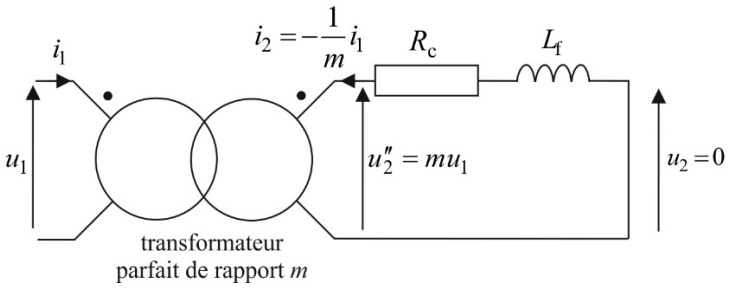
La mesure de la puissance reçue par le primaire, lorsque le secondaire est ouvert, permet de connaître les pertes fer $P_f = \frac{U_1^{\ 2}}{R_f}$. On a d'autre part $\frac{u_2}{u_1} \simeq \frac{N_2}{N_1} = m$: le transformateur à vide est quasiment parfait pour les tensions.

● Circuit secondaire court-circuité

On doit alors alimenter le primaire sous tension réduite, car sinon le courant au secondaire devient trop intense et risque de détruire les bobinages par effet Joule.

Le courant i_2 étant intense, le courant i_1 l'est suffisamment pour qu'on puisse négliger le courant magnétisant devant i_1.

D'autre part, les pertes fer sont négligeables devant les pertes cuivre, ce qui est cohérent avec la modélisation proposée, dans laquelle on enlève l'inductance magnétisante L_m et la résistance R_f puisque $I_m << I_1$. La modélisation est la suivante :



La mesure de la puissance reçue par le primaire, lorsque le secondaire est court-circuité, permet de connaître les pertes cuivre $P_c = R_c I_2^2$.

On a d'autre part $\frac{i_2}{i_1} \simeq -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m}$: le transformateur court-circuité au secondaire, et sous tension réduite au primaire, est quasiment parfait pour les courants.

• Fonctionnement en charge (essai direct)

Lorsque le secondaire est chargé (on prendra une charge résistive), on mesure directement, en faisant varier la valeur de la résistance, les puissances reçues par le primaire et par la charge.

• Bilan de puissance

On raisonne sur des puissances moyennes.

On a $P_1 = P_2 + P_c + P_f$: la puissance P_1 reçue par le primaire est la somme de la puissance P_2 reçue par la charge (fournie par le secondaire) et des puissances perdues dans les bobinages (pertes cuivre P_c) et dans le matériau ferromagnétique (pertes fer P_f).

On en déduit le rendement du transformateur : $\rho = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_c - P_f}{P_1} = 1 - \frac{P_c + P_f}{P_1}$.

On peut donc avoir accès au rendement en mesurant directement $\rho = P_2 / P_1$ (essai direct), ou bien en mesurant séparément les pertes cuivre (secondaire court-circuité), et les pertes fer (secondaire à vide) : c'est la méthode des pertes séparées.

Le transformateur est dimensionné pour que le rendement soit proche de 1 dans les conditions nominales, c'est-à-dire lorsque le transformateur est en charge, sur une charge adaptée.

1. TRANSFORMATEUR ÉTUDIÉ

Le transformateur étudié est constitué par deux bobines de 1000 spires placées autour d'un noyau ferromagnétique démontable en fer doux (Fe-Si) que l'on assemble de manière à ce qu'il constitue un circuit magnétique fermé.

On n'utilise que $N_1 = 500$ spires au primaire ; en revanche on prend toutes les spires du secondaire : $N_2 = 1000$ spires, soit un rapport de transformation théorique $m = \frac{N_2}{N_1} = 2$.

Le primaire est alimenté par un G.B.F délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale E allant jusqu'à 10 V, de fréquence $f = 50$ Hz. Le secondaire débite sur une charge résistive constituée par une boîte de résistances.

1.1 Mesure des résistances du primaire et du secondaire

1) Avant tout branchement, mesurer à l'ohmmètre les résistances r_1 et r_2 du primaire et du secondaire.

Mesures : $r_1 =$ Ω $r_2 =$ Ω.

Q.1) Prévoir l'ordre de grandeur de ces valeurs sachant que les spires ont un périmètre moyen de 45 cm et que leur section a un diamètre de 1mm. La conductivité électrique du cuivre est $\gamma = 5{,}96 \cdot 10^7$ S·m^{-1}.

On sera amené à utiliser jusqu'à quatre multimètres. Ces derniers fournissent les valeurs efficaces des tensions et des intensités (en mode AC) même si les signaux ne sont pas sinusoïdaux (mesures en true root mean square : t.r.m.s).

Des multimètres plus anciens se contentent de donner en mode AC la grandeur $S = S_{max} / \sqrt{2}$ qui n'est la valeur efficace qu'en régime sinusoïdal.

1.2 Utilisation du wattmètre

Dans ce T.P, le transformateur est alimenté sous tension réduite à l'aide d'un G.B.F. Afin de faire des bilans de puissance, on utilise un milliwattmètre dont le branchement est très simple : la charge est placée entre les deux bornes placées sur le côté

droit de l'appareil (l'appareil mesure la tension aux bornes de la charge : montage courte dérivation), le G.B.F entre les deux bornes placées sur le côté gauche. L'intensité mesurée est donc celle qui traverse l'association parallèle charge // voltmètre intégré dans le wattmètre, mais l'erreur commise est faible car la résistance d'entrée de ce voltmètre est très grande. Le milliwattmètre affiche donc la valeur moyenne P_1 de la puissance reçue au primaire.

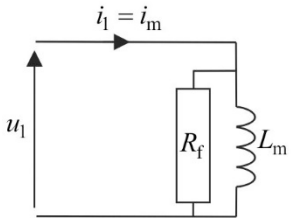
Ce milliwattmètre doit être alimenté en ±15 V (les trois bornes sur le dessus du boîtier) avant de le connecter au reste du circuit.

On doit toujours commencer à utiliser un appareil de mesure sur les calibres les plus grands. Ici on dispose pour les tensions de deux calibres 0/10 V et 0/50 V, et pour les intensités de trois calibres 0/40 mA, 0/0,4 A et 0/4 A**. Chercher les calibres donnant la meilleure précision.** Attention, la valeur affichée de la puissance moyenne consommée par la charge doit être multipliée par un coefficient indiqué sous la diode qui s'allume.

2. FONCTIONNEMENT À VIDE : BOBINE À NOYAU DE FER

2.1 Essai à vide

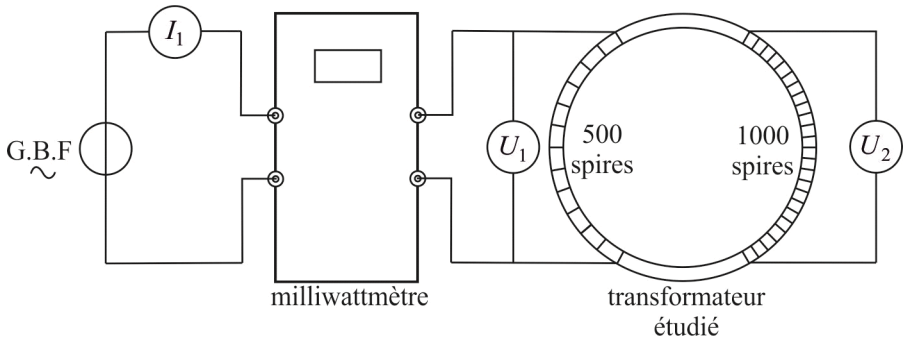
Lorsque $i_2 = 0$, le courant au primaire est le courant magnétisant : $i_1 = i_m$. On modélise le primaire du transformateur par l'association parallèle R_f , L_m (modèle linéaire) :



Dans ce montage, les pertes « cuivre » sont faibles, vu la faible valeur du courant magnétisant. Les pertes sont donc principalement les pertes « fer » $P_f = \dfrac{U_1^2}{R_f}$. On cherche à valider ou non ce modèle et également à déterminer R_f.

1) Réaliser le montage suivant :

Afin de ne pas griller le fusible de l'ampèremètre qui mesure I_1, il faut partir d'une valeur faible de U_1 donc de la tension délivrée par le G.B.F, au moment où ce dernier est connecté au primaire du transformateur. On pourra ensuite augmenter cette valeur.



Les valeurs efficaces U_1, U_2 et I_1 sont mesurées avec des multimètres.

2) Mesurer pour différentes valeurs de la tension efficace au primaire les grandeurs notées avec un o (comme « ouvert ») : U_{1o}, U_{2o} , I_{1o}, P_{1o}.

U_{1o} (V)										
U_{2o} (V)										
I_{1o} (mA)										
P_{1o} (mW)										

Rentrer ces valeurs sous Python ou dans le tableur du logiciel **Latis-Pro**. Ne pas hésiter à refaire certaines mesures au vu des courbes tracées (points aberrants).

2.2 Exploitation

Indiquer systématiquement par la suite quelles sont les courbes tracées afin de déterminer certaines caractéristiques du transformateur.

1) Valider ou non l'hypothèse d'un transformateur parfait pour les tensions.

Le cas échéant en déduire le rapport de transformation : $m_U =$, et le comparer à sa valeur théorique.

2) On suppose que la puissance fer $P_f = P_{1o} - r_1 I_{1o}^2$ est de la forme $P_f = A U_{1o}^{\alpha}$. Déterminer α et la valeur de R_f :

$R_f =$ Ω.

3) Montrer, en traçant I_{1o} en fonction de U_{1o}, que le modèle linéaire pour le primaire est mis en défaut. Expliquer. Donner un ordre de grandeur de L_m.

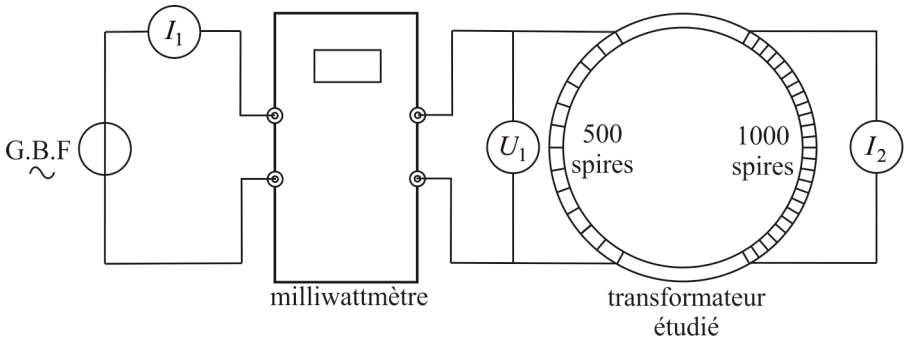
3. FONCTIONNEMENT EN COURT-CIRCUIT

3.1 Essai en court-circuit sous tension réduite

Si le montage proposé ici est sans risque (faibles puissances), il n'en serait pas de même avec un transformateur alimenté sous des tensions importantes. Il faudrait alors absolument réaliser cet essai sous tension réduite car les courants au primaire et au secondaire peuvent prendre des valeurs très importantes et provoquer la destruction d'un de ces bobinages par effet Joule !

Dès que le courant au secondaire n'est plus très petit, le courant au primaire devient très grand devant le courant magnétisant : les pertes sont donc principalement les pertes « cuivre » (sous tension réduite au primaire quand même) et on fait disparaître R_f et L_m dans la modélisation.

1) Réaliser le montage suivant :



2) Mesurer pour différentes valeurs de la tension efficace au primaire les grandeurs notées avec un cc (comme « court-circuit ») : U_{1cc}, I_{1cc}, I_{2cc}, P_{1cc}.

U_{1cc} (V)										
I_{1cc} (mA)										
I_{2cc} (mA)										
P_{1cc} (mW)										

Rentrer ces valeurs sous Python ou à l'aide du logiciel **Latis-Pro**.

3.2 Exploitation

Indiquer systématiquement par la suite quelles sont les courbes tracées afin de déterminer certaines caractéristiques du transformateur.

1) Valider ou non l'hypothèse d'un transformateur parfait pour les courants.

Le cas échéant en déduire le rapport de transformation : $m_I =$.

2) On suppose que la puissance cuivre consommée au primaire $P_c = P_{1cc} - P_f = P_{1cc} - \dfrac{U_{1cc}^2}{R_f}$ est de la forme $P_c = BI_{2cc}^{\beta}$.

Déterminer β et en déduire la valeur de R_c : $R_c =$ Ω.

Comparer à la valeur « théorique » $r_2 + m_I^2 r_1 =$ Ω.

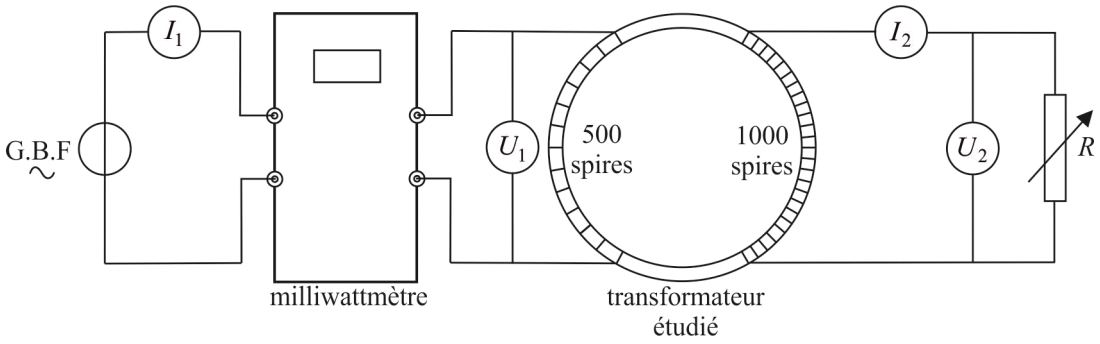
3) Montrer que cette fois-ci U_{1cc} varie bien linéairement avec I_{1cc}.

En déduire la valeur de L_f : $L_f =$ mH.

4. FONCTIONNEMENT EN CHARGE : TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

4.1 Essai en charge

1) Réaliser le montage suivant :



Les valeurs efficaces U_1, U_2, I_1 et I_2 sont mesurées avec des multimètres.
On maintient la tension délivrée par le G.B.F à sa valeur maximale $E = 10\,\text{V}$.

2) En faisant varier la résistance R entre 10 Ω et 10 kΩ, mesurer, I_1, U_1, P_1, I_2 et U_2. Concentrer les mesures dans la zone où la puissance P_1 passe par un maximum.

U_1 (V)																				
I_1 (mA)																				
P_1 (mW)																				
U_2 (V)																				
I_2 (mA)																				

Rentrer ces valeurs sous Python ou à l'aide du logiciel **Latis-Pro**.

4.2 Exploitation

1) Tracer les rapports de transformation $m_I = \dfrac{I_1}{I_2}$ et $m_U = \dfrac{U_2}{U_1}$ en fonction de $\log(R)$ sur le même graphe. Commenter les courbes obtenues en liaison avec les résultats obtenus pour les montages à vide et en court-circuit. Donner un domaine de valeurs de R tel que le modèle du transformateur parfait soit pertinent.

2) Définir et tracer le rendement du transformateur en fonction de $\log(R)$. Déterminer la valeur $R_{\text{nom}} =$ Ω nominale pour laquelle le rendement est maximal. Commenter.

3) Tracer la courbe donnant les pertes de puissance en mW (essai direct) en fonction de $\log(R)$. Tracer également sur le même graphe les pertes « fer » et « cuivre » grâce aux formules obtenues dans les montages à vide et en court-circuit (méthode des pertes séparées), ainsi que leur somme. Commenter.
Estimer la valeur $R_0 =$ Ω de la résistance de charge pour laquelle les pertes « fer » et les pertes « cuivre » sont égales. Commenter.

Q.2) Lorsqu'on place une charge résistive au secondaire, elle reçoit une puissance moyenne $P_2 = U_2 I_2$. Quelle serait la puissance moyenne fournie au primaire si le transformateur était idéal ? Pour calculer le rendement, on tient compte des « défauts » présents sur la modélisation. Les pertes dues à $\dfrac{1}{R_f} \neq 0$ (pertes « fer ») et $R_c \neq 0$ (pertes « cuivre ») sont calculées en négligeant tous les autres « défauts ». Montrer que le rendement vaut alors $\rho = 1 - \left[\dfrac{1}{m^2 R_f} y + R_c \dfrac{1}{y}\right]$ avec $y = \dfrac{U_2}{I_2}$. En déduire que le rendement est maximal quand les pertes « cuivres » sont égales aux pertes « fer ».

4) À quelles conditions un transformateur a-t-il un comportement proche de celui d'un transformateur parfait ?

Matériel :
2 bobines de 1000 spires placées autour d'un noyau ferromagnétique démontable
4 multimètres numériques
Milliwattmètre numérique 252200